

W. H. BESANT

**Exercices pour la licence (suite, voir
même tome, p. 281)**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 10
(1871), p. 324-327

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1871_2_10__324_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1871, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

EXERCICES POUR LA LICENCE

(suite voir même tome, p. 281.)

PAR M. W. H. BESANT,

du collège de Saint-Jean à Cambridge.

14. Si une courbe roule sur une droite, l'aire comprise entre la roulette, la droite fixe et deux ordonnées, est double de l'aire correspondante de la podaire.

15. Trouver l'aire engendrée par la normale passant au point de contact.

16. Une courbe roule sur une autre; trouver l'aire engendrée par la normale passant au point de contact.

17. Trouver le lieu du centre de courbure du point de contact d'une courbe roulant sur une droite fixe.

18. Une courbe roule sur une ligne droite; trouver l'enveloppe d'une droite entraînée dans son mouvement.

19. *Exemple.* — Trouver l'enveloppe d'un diamètre d'un cercle roulant sur une droite.

Une parabole roule sur une droite; trouver l'enveloppe de son paramètre.

20. Une courbe roule sur une courbe donnée; trouver la roulette enveloppée par une droite entraînée avec la courbe.

21. *Exemple.* — Un cercle roule extérieurement sur un cercle; trouver la longueur de la courbe enveloppée par un diamètre.

22. Une courbe roule sur une courbe égale, les points correspondants coïncident; trouver l'enveloppe d'une normale de la courbe mobile.

23. Une courbe roule sur une courbe fixe; on demande de trouver l'enveloppe d'une courbe qu'elle entraîne.

24. *Exemple.* — Une droite roule sur un cercle fixe, entraînant un cercle égal avec lequel il est en contact.

25. Une courbe roule sur une droite; trouver l'aire comprise entre la droite, l'enveloppe d'une droite entraînée et deux normales à l'enveloppe.

26. Même question en remplaçant la droite fixe par une courbe fixe, et la droite mobile par une courbe.

27. *Exemples.* — Une cycloïde roule sur une droite; on demande la roulette enveloppée par la tangente au sommet.

Un cercle roule sur un cercle égal et entraîne une tangente; on demande de déterminer la nature de la roulette produite par la tangente.

II. — Glisettes.

28. *Définition* — Les glisettes sont les courbes engendrées par des points ou enveloppées par des lignes, entraînées par une ligne glissant entre des points ou des lignes données.

Ainsi si une ellipse glisse sur deux droites rectangulaires, la glissette tracée par son centre est un arc de cercle; si une droite de longueur constante glisse sur deux droites rectangulaires, la glissette d'un de ses points est une ellipse.

29. Une courbe glisse sur deux droites rectangulaires; trouver la glissette d'un point qu'elle entraîne.

30. Une ellipse glisse sur deux droites faisant entre elles un angle $(\pi - \alpha)$; trouver le lieu du centre.

31. Le théorème suivant est très-important : Un état de mouvement d'une figure plane peut être considéré comme une rotation autour d'un point

32. Tout mouvement d'une figure plane peut être représenté par le roulement d'une courbe déterminée sur une autre courbe déterminée.

33. *Exemple.* — Une droite AB glisse entre deux droites à angle droit.

Deux droites comprenant un certain angle passent toujours par deux points fixes.

Une développante de cercle glisse sur deux droites rectangulaires.

34. Une courbe donnée glisse sur deux droites rectangulaires; trouver, par rapport à ces droites, le lieu du centre instantané de rotation.

35. Trouver la courbure du lieu engendré par un point.

36. Trouver la courbure du lieu enveloppé par une droite.

37. Trouver la courbure de l'enveloppe d'une courbe.

38. Un triangle se meut dans un plan de telle sorte que deux côtés glissent sur des courbes données; trouver l'enveloppe du troisième côté.

39. *Exemples.* — Un triangle se meut de manière que deux côtés touchent deux cercles fixes.

Un triangle rectangle isocèle se meut de manière que ses côtés égaux glissent sur l'axe d'une cycloïde.

40. Deux lignes droites inclinées d'un angle λ et entraînant une ligne droite glissent sur des courbes fixes; trouver l'enveloppe de cette droite.

III. — *Exercices.*

1. Si un cercle roule intérieurement sur un cercle de rayon double, le lieu d'un point de la circonférence est une droite, et le lieu d'un point non situé sur la circonférence est une ellipse.

2. La roulette, sur une ligne droite, du pôle d'une épicycloïde est une ellipse.

3. Prouver que l'équation en termes finis de la car-

diode est de la forme

$$s = c \left(1 - \cos \frac{\varphi}{3} \right),$$

et qu'elle est l'épicycloïde due au roulement d'un cercle avec contact interne, sur un cercle fixe de diamètre moitié.

4. Une parabole glisse sur deux droites rectangulaires; prouver que son sommet et son foyer décrivent respectivement les courbes

$$x^4 y^2 (x^2 + y^2 + 3a^2) = a^6 \quad \text{et} \quad x^2 y^2 = a^2 (x^2 + y^2).$$

5. La roulette, sur un cercle, du pôle d'une spirale équiangulaire est la développante d'un autre cercle.

6. L'enveloppe de la ligne pédale d'un triangle est une hypocycloïde à trois sommets, ayant pour centre le centre du cercle des neuf points. — La ligne pédale d'un triangle est la ligne joignant les pieds des perpendiculaires abaissées sur les côtés par un point du cercle circonscrit.

(*La suite prochainement.*)