

H. LEMONNIER

Démonstration des expressions de

$\cos(a \pm b), \sin(a \pm b)$

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 10
(1871), p. 26-28

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1871_2_10_26_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1871, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**DÉMONSTRATION DES EXPRESSIONS DE $\cos (a \pm b)$,
 $\sin (a \pm b)$;**

PAR M. H. LEMONNIER.

Soient a et b deux angles quelconques. Considérons une circonférence d'un rayon égal à l'unité. Les angles se comptant à partir du rayon OA , soit OM le rayon que détermine l'angle a ; si l'angle b se porte à partir de OM d'un côté et de l'autre, les rayons OM' , OM'' qui s'ensuivront feront avec OA les angles $a + b$, $a - b$; et

les projections Om' , Om'' de ces rayons, s'estimant positives ou négatives suivant que les directions de O en m' et de O en m'' sont celles de OA , ou opposée, seront $\cos(a + b)$, $\cos(a - b)$.

La corde $M'M''$ rencontrant le rayon OM ou son prolongement en P , le point P sera le milieu de la corde, et sa projection p celui du segment $m'm''$.

En conséquence, Op s'estimant comme Om' et Om'' , on aura dans tous les cas

$$Om' + Om'' = 2Op,$$

ou bien

$$\cos(a + b) + \cos(a - b) = 2Op.$$

Mais si OP est de même direction que OM , sa valeur est $\cos b$, et l'on a

$$Op = OP \cos a = \cos b \cos a.$$

Si OP et OM sont de directions opposées, la valeur de OP est $-\cos b$, et alors on a

$$Op = OP \cos(a + \pi) = -\cos b \cos(a + \pi) = \cos b \cos a.$$

D'après cela, nous avons, dans tous les cas, la formule

$$(1) \quad \cos(a + b) + \cos(a - b) = 2 \cos a \cos b.$$

En y changeant a en $a + \frac{\pi}{2}$, b en $b + \frac{\pi}{2}$, on en déduit

$$(2) \quad -\cos(a + b) + \cos(a - b) = 2 \sin a \sin b.$$

Il s'ensuit

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b,$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b.$$

Si dans les formules (1) et (2) on change seulement a en

(28)

$a + \frac{\pi}{2}$, elles deviennent

$$-\sin(a + b) - \sin(a - b) = -2 \sin a \cos b,$$

$$\sin(a + b) - \sin(a - b) = 2 \cos a \sin b;$$

et de là

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a,$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a.$$
