NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

J. MOUTIER

Sur la fonction potentielle et le potentiel

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 9 (1870), p. 489-505

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1870_2_9__489_1>

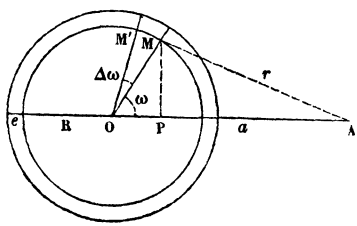
SUR LA FONCTION POTENTIELLE ET LE POTENTIEL

(suite et fin, voir 2e série, t. IX, p. 342);

PAR M. J. MOUTIER.

Attraction d'une sphère homogène sur un point extérieur. — Considérons une couche sphérique homogène de rayon intérieur R, d'épaisseur e, de densité δ, et proposons-nous de calculer la fonction potentielle relative à un point A placé en dehors de la sphère, ayant pour masse l'unité, et situé à une distance du centre de la sphère $OA = a$.

Fig. 3.



Considérons une section passant par la droite OA, et menons deux rayons OM, OM' infiniment voisins, faisant avec OA les angles ω et $\omega + d\omega$; ces rayons découpent sur les cercles de rayons R et $R + e$ un rectangle infinitésimal dont l'aire est $R\,d\omega . e$; abaissons du point M sur OA la perpendiculaire $MP = R \sin\omega$, et faisons tourner le rectangle élémentaire autour de OA comme axe; il engendre un volume ayant pour expression, d'après le théorème de Guldin,

$$R\,d\omega . e \times 2\pi R \sin\omega.$$

Si l'on désigne par r la distance AM, la fonction potentielle relative à ce volume est

$$-\frac{R\,d\omega . e \times 2\pi R \sin\omega \times \delta}{r};$$

d'un autre côté, si l'on représente par V la fonction potentielle relative à la portion de la couche qui correspond à l'angle ω, l'expression précédente est l'accroissement dV qu'éprouve la fonction potentielle pour l'accroissement $d\omega$

$$\frac{dV}{d\omega} = -\frac{Re \times 2\pi R \sin\omega . \delta}{r}.$$

D'ailleurs, dans le triangle OMA,

$$r^2 = a^2 + R^2 - 2aR\cos\omega;$$

en prenant les dérivées des deux membres par rapport à r,

$$r = aR\sin\omega\frac{d\omega}{dr}.$$

Éliminons $\sin\omega$ au moyen de cette dernière relation

$$\frac{dV}{d\omega} \times \frac{d\omega}{dr} = -\frac{2\pi Re\delta}{a}.$$

Le premier membre est la dérivée de V par rapport à r, V est donc la fonction de r, qui a pour dérivée $-\frac{2\pi Re\delta}{a}$,

$$V = -\frac{2\pi Re\delta r}{a} + C,$$

en désignant par C une constante. Pour $\omega = 0$ ou $r = a - R$, $V = 0$, on a donc

$$0 = -\frac{2\pi Re\delta(a-R)}{a} + C.$$

Par suite,

$$V = -2\pi Re\delta\frac{r - a + R}{a}.$$

La fonction potentielle relative à la couche sphérique entière s'obtient en faisant

$$\omega = \pi \quad \text{ou} \quad r = a + R,$$

et alors

$$V = -\frac{4\pi R^2 e\delta}{a} = -\frac{M}{a},$$

en appelant M la masse de la couche.

La résultante F des actions exercées par la couche sur le point extérieur est évidemment dirigée vers le centre de la sphère, et, d'après ce qui précède, elle a pour valeur la dérivée de V par rapport à a ou

$$F = \frac{M}{a^2}.$$

L'attraction d'une couche sphérique homogène sur un point extérieur est donc égale à l'attraction exercée par un point matériel placé au centre de la sphère, ayant une masse égale à celle de la couche.

La généralisation est évidente pour une sphère homogène ou composée de couches concentriques homogènes.

Attraction d'une couche sphérique homogène sur un point intérieur. — Si le point attiré A est placé à l'extérieur de la sphère, la constante C a une autre valeur. Si l'on remarque comme précédemment que $V = 0$ pour $\omega = 0$ ou $r = R - a$, on a

$$0 = -\frac{2\pi R e\delta(R - a)}{a} + C,$$

et par suite

$$V = -2\pi R e\delta \frac{r - R + a}{a}.$$

Pour la couche entière, $\omega = \pi$, $r = a + R$,

$$V = -4\pi R e\delta = -\frac{M}{R}.$$

Cette expression étant indépendante de a, la dérivée de V par rapport à a est nulle, et par suite $R = 0$; la couche n'exerce aucune action sur le point intérieur (*).

(*) La solution de ces deux derniers problèmes a fourni un exemple de l'usage de la fonction potentielle qui nous sera bientôt utile; mais on peut arriver aux mêmes résultats d'une manière plus directe.

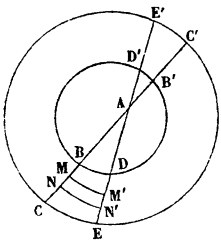
1° *Point intérieur.* — Au lieu de supposer l'épaisseur de la couche infi-

Distribution de l'électricité sur les corps conducteurs. — La solution de ce problème, au point de vue de la Phy-

---

niment petite, supposons l'épaisseur finie. Imaginons un cône infiniment délié, ayant pour sommet le point A; décrivons du point A comme centre

Fig. 4.



trois sphères ayant pour rayons l'unité, $AM = r$, $AN = r + dr$. Le cône intercepte sur la première un élément superficiel ω, sur la seconde un élément superficiel $r^2\omega$; le volume infiniment petit MM'NN' a pour expression $r^2\omega\, dr$; il exerce sur A une action $\dfrac{r^2\omega\, dr.\delta}{r^2} = \omega\, dr.\delta$. Par suite, l'action exercée par le volume BDCE est égale à la somme des termes de la forme $\omega\delta\, dr$ quand on passe du point B au point C ou $\omega.\delta.BC$. De même l'action du volume B'C'D'E' sur A est égale à $\omega.\delta.B'C'$ et fait équilibre à la première. La démonstration s'applique évidemment au cas où la matière homogène serait distribuée entre deux ellipsoïdes homothétiques.

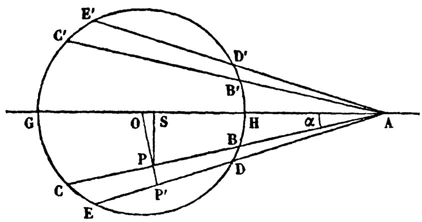
Cette démonstration simple est due à M. Chasles (Nouvelle solution dn problème de l'attraction d'un ellipsoïde hétérogène sur un point extérieur, *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. V, 1840). On trouve dans ce Mémoire de l'éminent géomètre la démonstration géométrique de cette propriété : la composante suivant une direction quelconque de l'attraction exercée sur un point est la dérivée par rapport à cette direction de la fonction potentielle. L'exposition géométrique des propriétés de la *fonction de force*, qui fait le sujet du présent article, n'est que l'extension de la démonstration donnée par M. Chasles.

2° *Point extérieur.* — Menons par le point A situé à une distance du centre $OA = a$ deux droites qui fassent avec AO des angles α et $\alpha + d\alpha$, faisons tourner la figure autour de OA, et appelons F l'attraction exercée par le volume BHB'C'GC et dF l'accroissement de cette force relatif à l'accroissement $d\alpha$, c'est-à-dire l'attraction exercée par le volume BCDE B'C'D'E'. Chaque point pris à l'intérieur de la sphère exerce sur le point A une action qui peut se décomposer en deux autres, l'une dirigée suivant OA, l'autre perpendiculaire à OA; la première composante est sique mathématique, consiste à exprimer que la résultante des actions exercées par les molécules électrisées

---

seule à considérer, et dF est la résultante des composantes dirigées suivant OA relatives aux différentes parties du volume BCDEB′C′D′E′.

Fig. 5.



Pour évaluer ce volume, abaissons la perpendiculaire $OP = p$ sur la droite AC et appelons dp l'élément PP′; cet élément, en tournant autour de OA, engendre une surface égale à $PP' \times 2\pi . PS = 2\pi . p \cos\alpha . dp$. Si l'on décrit de A comme centre une sphère avec un rayon égal à l'unité, l'élément sphérique correspondant est $\omega = \frac{2\pi p . \cos\alpha . dp}{AP^2} = \frac{2\pi p\, dp}{a^2 \cos\alpha}$; l'action dF exercée suivant OA est, d'après ce qui précède,

$$\omega \times \delta \times BC \times \cos\alpha = \frac{2\pi p\, dp}{a^2}\, \delta \times BC;$$

d'ailleurs

$$BC = 2\sqrt{R^2 - p^2}; \quad dF = \frac{4\pi p (R^2 - p^2)^{\frac{1}{2}} \delta}{a^2}\, dp.$$

Par suite,

$$\frac{dF}{dp} = \frac{4\pi p (R^2 - p^2)^{\frac{1}{2}} \delta}{a^2},$$

F est donc la fonction primitive du second membre par rapport à p,

$$F = -\frac{4\pi (R^2 - p^2)^{\frac{3}{2}} \delta}{3a^2} + C;$$

la constante C se détermine en remarquant que $F = 0$ pour $p = 0$;

$$0 = -\frac{4}{3}\pi \frac{R^3}{a^2}\delta + C, \quad F = \frac{4}{3}\pi \frac{R^3 - (R^2 - p^2)^{\frac{3}{2}}}{a^2}\delta;$$

on obtient l'action de la sphère entière en posant $p = R$, ce qui donne

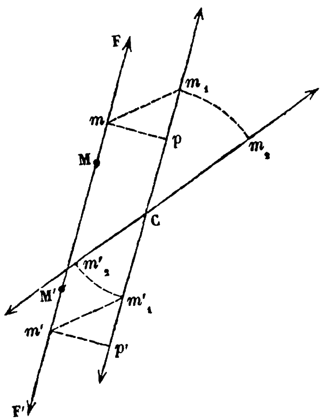
$$\frac{4}{3}\pi \frac{R^3 \delta}{a^2} = \frac{M}{a^2}.$$

Le même résultat s'applique à une couche sphérique qui peut être considérée comme la différence de deux sphères.

est nulle pour tout point pris à l'intérieur de chaque conducteur. Ces actions élémentaires étant définies par les lois de Coulomb, la condition précédente se traduit immédiatement ainsi : La fonction potentielle doit avoir une valeur constante pour tous les points pris à l'intérieur d'un même corps conducteur; cette fonction varie, en général, d'un conducteur à l'autre. Cette question comporte des développements analytiques considérables qui ne sauraient trouver place ici. Il suffira de remarquer que la fonction potentielle est nulle pour tout corps conducteur mis en communication avec le sol, puisque, dans ce cas, les distances deviennent infinies pour un point du sol.

Potentiel. — Soient M, M' deux points sollicités par des forces répulsives F, F' égales entre elles et dirigées

Fig. 6.



suivant la droite, $MM' = r$, qui les joint; supposons que les points s'éloignent l'un de l'autre, et prennent des positions m, m' infiniment voisines des positions M, M′, la somme des travaux élémentaires des forces F et F′ est

$$F \times Mm + F' \times M'm' = F\,dr,$$

en appelant $r + dr$ la nouvelle distance mm' des deux points. Si la droite mm' se transporte parallèlement à elle-même en $m_1 m'_1$, il est aisé de voir que la somme des travaux élémentaires des deux forces F, F′, pour cette translation, doit être nulle, car si l'on abaisse des points m, m' des perpendiculaires sur $m_1 m'_1$, cette somme est

$$F' \times m'_1 p' - F \times m_1 p = 0.$$

Si l'on fait tourner cette droite $m_1 m_1$ autour d'un de ses points, les travaux des forces sont respectivement nuls, puisque les forces sont perpendiculaires aux chemins décrits par leurs points d'application.

Par suite, d'une manière générale, si ces deux points M, M′, sollicités par les forces F, F′, se déplacent de quantités infiniment petites d'une manière quelconque, la somme des travaux élémentaires relatifs à ce déplacement est F dr.

Supposons que F soit une force répulsive s'exerçant entre deux molécules électrisées dont les charges soient q, q'; F est proportionnelle à $\frac{qq'}{r^2}$, et le travail élémentaire $F\,dr = \frac{qq'}{r^2}\,dr = -\,d\left(\frac{qq'}{r}\right)$. Si, au lieu de considérer deux points M, M′ d'un corps électrisé, on considère tous les points, la fonction $-\sum\frac{qq'}{r} = W$ jouit de la propriété suivante : l'accroissement infiniment petit de cette fonction est égal à la somme des travaux élémentaires des forces répulsives qui s'exercent entre les molécules électrisées lorsque ces molécules éprouvent des déplacements infiniment petits. Nous appellerons, avec M. Clausius, cette fonction W le *potentiel de l'électricité* (*).

Si l'on représente par W_0 le potentiel pour l'état initial du corps électrisé, par W_1 la nouvelle valeur du potentiel après une décharge partielle du corps électrisé, $W_1 - W_0$ est égal à la somme des travaux effectués par les forces répulsives mutuelles pendant la décharge incomplète du corps électrisé.

Ainsi, *le travail des actions mutuelles des molécules électrisées, dans la décharge, est égal à l'accroissement du potentiel de l'électricité.*

Expression du potentiel de l'électricité. — Soient q, q', q'',... les charges des molécules électrisées; considérons les actions de la première molécule sur les autres, les éléments correspondants du potentiel ont pour somme $-\sum \frac{qq'}{r}$, dans laquelle q est constant, ou par conséquent $-q\sum \frac{q'}{r}$, mais $\sum \frac{q'}{r}$ n'est autre chose que la fonction potentielle V relative au corps conducteur, la somme précédente est donc égale à $-q\mathrm{V}$. De même, la somme des éléments du potentiel, relatif à l'action de la seconde molécule q' sur toutes les autres, est $-q'\mathrm{V}$, et ainsi de suite.

La somme totale $-q\mathrm{V} - q'\mathrm{V} - \ldots = -(q + q' + \ldots)\mathrm{V}$ est le double du potentiel, puisque l'on a considéré successivement l'action de q sur q', et celle de q' sur q; donc

$$2\mathrm{W} = -\mathrm{QV} \quad \text{ou} \quad \mathrm{W} = -\frac{1}{2}\mathrm{VQ},$$

en appelant Q la charge totale du corps électrisé.

Par suite, pour un système de corps conducteurs, le

(*) Le potentiel de Gauss est la fonction potentielle de G. Green.

potentiel est la somme de termes semblables au précédent

$$W = -\frac{1}{2}\sum VQ.$$

Il est en général inutile d'ajouter une quantité constante au potentiel, car les effets d'une décharge électrique ne dépendent que de la variation du potentiel. Si l'on représente par o l'état initial d'un corps électrisé, par 1 l'état final, le travail effectué par les forces électriques pendant la décharge est

$$W_1 - W_0 = \frac{1}{2}(V_0Q_0 - V_1Q_1).$$

Cette relation donne lieu à plusieurs remarques :

1° Pour un conducteur électrisé considéré seul, la fonction potentielle $\sum \frac{q}{r}$ est proportionnelle à la charge, la distribution électrique étant indépendante de la quantité d'électricité; l'accroissement du potentiel est, dans ce cas, proportionnel à la diminution du carré de la charge électrique;

2° $W_1 - W_0$ est nul si le corps est en communication avec le sol; dans ce cas, la fonction potentielle est toujours nulle;

3° $W_1 - W_0$ est également nul, si le corps conducteur est uniquement soumis à l'influence; dans ce cas, la quantité d'électricité Q ou Q_1 est nulle;

4° Si la décharge est complète, $Q_1 = 0$; le travail effectué est égal à $\frac{1}{2}V_0Q_0$.

Condensation électrique. — Soit S une source électrique, c'est-à-dire un corps conducteur qui puisse recevoir, quand on le voudra, une quantité déterminée d'électricité; comme cette charge est proportionnelle à la valeur de la fonction potentielle à l'intérieur de ce corps, on peut la définir par la valeur de la fonction potentielle V.

Soient A et B les deux armatures d'un condensateur; mettons l'armature A en communication avec la source S par un fil très-long et très-fin. On peut négliger, sans inconvénient, la faible quantité d'électricité contenue sur le fil conducteur; de plus on peut considérer, dans la fonction potentielle de S, les éléments relatifs à l'action de A sur S comme étant négligeables, si le fil est suffisamment long, et réciproquement, dans l'expression de la fonction potentielle de A on pourra négliger, par la même raison, les termes qui correspondent à l'action de S sur A. L'électricité se partage entre A et S, la fonction potentielle diminue sur S et devient plus petite que V. Si l'on fournit de nouveau de l'électricité à S jusqu'à ce que la fonction potentielle devienne égale à V sur ce corps, la fonction potentielle acquiert la même valeur V sur le corps A, et l'armature A est chargée.

Approchons maintenant de A l'armature B mise en communication avec le sol; B est soumis à l'influence de A. Supposons que la distribution électrique ne soit pas modifiée sur A, et cherchons la valeur de la fonction potentielle sur ce conducteur A. Elle se compose de deux parties : la première, relative à l'action de l'électricité de A sur elle-même, conserve la même valeur V_a; la seconde, relative à l'action de B sur A, est de signe contraire à V_a, puisque les molécules de B attirent A, tandis que les molécules de A se repoussent mutuellement; on peut la représenter par $-V_b$, V_b étant de même signe que V_a. La fonction potentielle sur A est donc $V_a - V_b$, elle a diminué; A reçoit donc de l'électricité de S, mais si l'on fournit de nouveau de l'électricité à S, de manière à ramener sur ce corps la fonction potentielle à la valeur V; la fonction potentielle devient également V sur A, et lorsque le condensateur est chargé à refus, en représentant par V'_a et V'_b les nouvelles valeurs des fonctions potentielles

$$V'_a - V'_b = V, \quad V'_a = V'_b + V.$$

Si la distribution électrique n'est pas modifiée sur A, V'_a et V sont proportionnels aux charges qui existent dans les deux expériences sur l'armature A et la force condensante ou le rapport de ces charges est

$$\frac{V'_a}{V} = 1 + \frac{V'_b}{V}.$$

La difficulté, uniquement analytique, de la théorie consiste donc dans l'expression de la fonction potentielle, qui dépend d'ailleurs du mode de distribution de l'électricité sur les deux armatures; ces difficultés disparaissent si l'on considère simplement une bouteille sphérique.

Bouteille de Leyde sphérique. — A est une sphère conductrice pleine ou une enveloppe sphérique creuse intérieurement, de rayon extérieur R; B est une enveloppe sphérique concentrique à A, mise en communication avec le sol par un fil très-fin, e est l'épaisseur de la couche isolante, $R + e$ est, par conséquent, le rayon intérieur de B.

Soient Q, Q' les charges des deux armatures intérieure et extérieure lorsque le condensateur est chargé à refus; si l'on se reporte à la valeur de la fonction potentielle dans le cas d'une sphère ou d'une couche sphérique homogène, on voit aisément que

$$V'_a = \frac{Q}{R}, \quad V'_b = \frac{Q'}{R + e},$$

et, par suite,

$$\frac{Q}{R} - \frac{Q'}{R + e} = V.$$

D'un autre côté, la fonction potentielle sur l'armature extérieure est $-\frac{Q}{R+e}+\frac{Q'}{R+e}$; mais cette fonction potentielle est nulle, puisque B communique avec le sol,

$$Q = Q' \ (*),$$

et, par suite,

$$Q = V.R\frac{R+e}{e}.$$

Si l'on suppose e très-petit par rapport à R, cette expression se réduit sensiblement à

$$Q = V\frac{R^2}{e}.$$

La charge que peut recevoir l'armature intérieure d'une bouteille de Leyde en communication avec une source électrique déterminée, est donc *proportionnelle à la surface de l'armature et inversement proportionnelle à l'épaisseur de la couche isolante.*

Il est facile d'estimer la force condensante d'une bouteille sphérique. Si l'on appelle q la charge que recevrait l'armature intérieure mise en communication avec la source si l'armature B était éloignée,

$$\frac{q}{R} = V;$$

et la force condensante

$$\frac{Q}{q} = \frac{R+e}{c} = \frac{R}{e},$$

(*) Dans l'ancienne théorie du condensateur, la charge du plateau condensateur est supposée egale a une fraction m de la charge du plateau collecteur et la force condensante a pour expression $\frac{1}{1-m^2}$. Dans le cas qui nous occupe, les charges des deux armatures sont égales, $m = 1$, la force condensante serait alors infinie, résultat absurde.

si l'on suppose e très-petit, est *proportionnelle au rayon de la bouteille, et inversement proportionnelle à l'épaisseur du corps isolant* (*).

Décharge de la bouteille de Leyde sphérique. — Le travail effectué dans la décharge complète d'une bouteille

---

(*) Il est aise de voir ce qui arriverait si l'armature exterieure de la bouteille n'etait pas mise en communication avec le sol. Designons par e' l'epaisseur de l'armature B limitee par deux sphères concentriques ayant pour rayons $R+e$, $R+e+e'$; designons par Q_1 la charge de l'armature interieure A lorsque l'appareil est charge, par Q_2 la charge positive ou negative qui se trouve sur B. La fonction potentielle sur A est egale a V,

$$\frac{Q_1}{R} - \frac{Q_2}{R+e} + \frac{Q_2}{R+e+e'} = V.$$

Sur B la fonction potentielle est constante. Considerons un point de B situe a une distance x du centre commun des deux armatures,

$$\frac{Q_1}{x} - \frac{Q_2}{x} + \frac{Q_2}{R+e+e'} = \text{const.},$$

quelle que soit la position du point, quel que soit x par consequent; ce qui exige $Q_1 = Q_2$. La charge Q_1 est alors donnee par la première equation

$$Q_1\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+e} + \frac{1}{R+e+e'}\right) = V,$$

$$Q_1 = \frac{V}{\dfrac{1}{R} - \dfrac{e'}{(R+e)(R+e+e')}}.$$

La force condensante

$$\frac{Q_1}{q} = \frac{\dfrac{1}{R}}{\dfrac{1}{R} - \dfrac{e'}{(R+e)(R+e+e')}}.$$

Il est aise de voir que cette expression augmente en même temps que e' et atteint sa valeur maximum $\frac{R+e}{e}$ pour $e' = \infty$, ce qui correspond au cas où l'armature B communique avec le sol.

La relation $Q_1 = Q_2$ montre que, si une boule electrisee est placee au centre d'une enveloppe spherique conductrice, *la quantité d'électricité développée par influence sur cette enveloppe est égale à la quantité d'électricité de la boule inductrice;* la theorie rend ainsi compte d'une experience de Faraday.

de Leyde est, comme nous l'avons vu,

$$-W = \frac{1}{2}VQ = \frac{1}{2}\frac{Q^2 e}{R^2} = \frac{1}{2}V^2 . \frac{R^2}{e}.$$

Il n'y a pas à tenir compte de l'armature extérieure, pour laquelle la fonction potentielle est nulle.

On voit que le travail effectué dans la décharge d'une bouteille de Leyde sphérique est *proportionnel au carré de la charge, à l'épaisseur de la couche isolante*, *et en raison inverse de la surface de la bouteille*.

On voit également que, pour une même source, l'effet que peut produire une pareille bouteille est *proportionnel à la surface de la bouteille et en raison inverse de son épaisseur*.

Le travail effectué pendant la décharge de la bouteille — W représente tous les effets mécaniques, dégagement de chaleur, actions chimiques, actions inductrices, etc. Dans le cas où le seul phénomène produit est un dégagement de chaleur, la quantité de chaleur dégagée est proportionnelle au travail — W.

Décharge d'une batterie. — Si l'on néglige, dans une batterie, les actions inductrices des bouteilles les unes sur les autres et l'action des fils de communication, si l'on suppose les bouteilles égales, la fonction potentielle a la même valeur V sur chacune des bouteilles. En appelant Q_1 la charge de la batterie, $\frac{Q_1}{n} = Q$ est la charge de chaque bouteille, quantité proportionnelle à V; le potentiel a pour valeur $W = -\frac{1}{2}VQ_1$ et le travail effectué dans la décharge de la bouteille est par conséquent proportionnel à $\frac{Q_1^2}{n}$, c'est-à-dire *proportionnel au carré de la charge et inversement proportionnel au nombre des bouteilles*.

Batterie chargée par cascade. — Supposons disposées en cascade diverses batteries formées de bouteilles égales entre elles, au nombre de n pour la première batterie, de n' pour la seconde,....

Admettons que les deux armatures de la première batterie contiennent des charges égales Q_1, il en sera nécessairement de même pour les batteries suivantes, et, d'après ce que l'on a vu pour une batterie, l'accroissement du potentiel, qui mesure le travail effectué dans la décharge de l'ensemble des batteries, sera proportionnel à

$$\frac{Q_1^2}{n} + \frac{Q_1^2}{n'} + \ldots = Q_1^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n'} + \ldots \right).$$

Décharge incomplète. — Une batterie composée de n bouteilles égales, dont chacune possède la charge $Q = \frac{Q_1}{n}$, est mise en communication avec une seconde batterie de n' bouteilles qui ne sont pas chargées. La charge Q_1 se répartit sur $n + n'$ bouteilles; la charge de chaque bouteille est $\frac{Q_1}{n + n'}$.

La décharge complète de la première batterie produirait un travail mesuré par $\frac{Q_1^2}{n}$, la décharge complète du système des deux batteries mises en communication produirait un travail proportionnel à $\frac{Q_1^2}{n + n'}$; le travail effectué dans la décharge incomplète, qui a eu lieu lorsque les deux batteries ont été mises en communication, est donc mesuré par

$$\frac{Q_1^2}{n} - \frac{Q_1^2}{n + n'} = Q_1^2 \cdot \frac{n'}{n(n + n')}.$$

M. Riess, en 1837 et 1838, dans des expériences disposées de façon que le phénomène calorifique fût à peu près le seul produit dans la décharge, a trouvé expérimentalement toutes les lois qui précèdent. M. Helmholtz, en 1847, a donné la mesure du travail produit dans la décharge de la bouteille de Leyde. M. Clausius, en 1852, a donné la théorie complète des expériences de M. Riess.

Ouvrages à consulter :

Helmholtz. — ***Mémoire sur la conservation de la force;*** **traduction Pérard.**

Clausius. — ***Théorie mécanique de la Chaleur;*** **traduction Folie.** — ***De la fonction potentielle et du potentiel;*** **traduction Folie.**

Beer. — ***Introduction à l'Électrostatique, à la théorie du Magnétisme et à l'Électrodynamique;*** **traduction van der Mensbrugghe, d'après l'édition Plücker.**

Verdet — ***Théorie mécanique de la Chaleur,*** **publiée par Prudhon et Violle.**

Briot. — ***Théorie mécanique de la Chaleur.***