ÉTIENNE SANCHIS BARRACHINA

Note sur les racines des nombres

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 8 (1869), p. 265-266

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1869_2_8__265_1>

NOTE SUR LES RACINES DES NOMBRES;

PAR ÉTIENNE SANCHIS BARRACHINA (d'Alicante).

Lemme. — Le plus petit nombre entier de n chiffres étant 10^{n-1}, la différence D entre sa puissance $m^{\text{ième}}$ et celle de l'entier $10^{n-1}+1$ est

$$D = m10^{(n-1)(m-1)} + \frac{m(m-1)}{1.2} 10^{(n-1)(m-2)} + \ldots > m10^{(n-1)(m-1)}.$$

THÉORÈME. — *Les racines $m^{\text{ièmes}}$ de tous les entiers ayant*

$$mn, \quad mn-1, \quad mn-2, \ldots, \quad mn-(m-1)$$

chiffres, et dont le nombre des chiffres non identiques à droite ne surpasse pas $(n-1)(m-1)$, ne diffèrent pas d'une unité.

En effet, tous ces nombres auront n caractères à leurs racines $m^{\text{ièmes}}$, car toute racine $m^{\text{ième}}$ renferme autant de chiffres que l'on peut former de tranches de m chiffres, (la dernière à gauche pouvant être incomplète).

Supposons que deux de ces racines diffèrent d'une unité, la différence de leurs puissances $m^{\text{ièmes}}$ serait, en vertu du lemme, supérieure à $m\,10^{(n-1)(m-1)}$, ou à m suivi de $(n-1)(m-1)$ zéros; cette différence aurait donc $(n-1)(m-1)+1$ chiffres au moins; donc les nombres proposés auraient à droite plus de $(n-1)(m-1)$ chiffres différents, ce qui est contraire à l'hypothèse.

Exemple. — Considérons en particulier la racine cubique des nombres. Les entiers de $3n$, $3n-1$, $3n-2$ chiffres, dans lesquels, ceux de la gauche étant identiques, le nombre des chiffres différents à droite ne surpasse pas $2n-2$, ont même racine entière.

Les racines des nombres de 11 et 9 chiffres qui ont 5 chiffres communs à gauche diffèrent d'une quantité moindre qu'une unité.