Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 6 (1867), p. 334-336

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6__334_1>

QUESTIONS.

---

816. En supposant répartie le long d'une spirale logarithmique une densité proportionnelle à la courbure, le centre de gravité d'un arc quelconque s'obtient en joignant le pôle au point de contact de cet arc avec la tangente parallèle à la corde, et portant sur ce rayon vecteur une longueur égale au rapport de cette corde à l'angle des rayons extrêmes. (HATON DE LA GOUPILLIÈRE.)

817. Si l'on considère de même une cycloïde dont la densité soit proportionnelle à la courbure, et un arc quelconque symétrique par rapport au sommet, le centre de gravité de cet arc se trouve sur l'axe de la courbe à une hauteur au-dessus de son milieu qui est une quatrième proportionnelle au rayon du cercle générateur et aux deux segments que la tangente du point extrême détermine sur l'abscisse de ce point comptée à partir du sommet sur la tangente horizontale.

Pour la cycloïde entière, le centre de gravité de la courbure se trouve, d'après cela, au milieu de la hauteur.

(Haton de la Goupillière.)

818. Si l'on envisage enfin une chaînette dont la densité soit en raison de la courbure et un arc quelconque symétrique par rapport au sommet, le centre de gravité de cet arc sera sur l'axe de la courbe à une hauteur au-dessus de la directrice marquée par le rapport de l'abscisse à l'inclinaison extrême. (Haton de la Goupillière.)

819. Si, au contraire, la densité de la chaînette varie en raison inverse de la hauteur au-dessus de la directrice, le centre de gravité d'un arc quelconque compté à partir du sommet a pour abscisse la moitié de l'abscisse extrême, et pour ordonnée la hauteur du rectangle qui aurait la même aire et la même base horizontale que la courbe, et que l'on sait facilement construire.

(Haton de la Goupillière.)

820. On coupe une surface du second degré (S) par un plan. On prend, sur la courbe d'intersection C, quatre points arbitraires (non en ligne droite) a, b, g, h, et l'on mène en ces points les normales A, B, G, H à la surface (S). On construit le couple de droites D, Δ rencontrant à la fois ces quatre normales et l'on détermine la droite I, issue d'un point fixe i, qui s'appuie sur D et Δ.

Démontrer que lorsque l'on fait varier la position des points a, b, g, h sur C, les droites telles que I engendrent un plan. (MANNHEIM.)

821. Les données restant les mêmes, on construit comme précédemment le couple de droites D, Δ. On prend les traces de ces droites sur un plan fixe (P); on joint ces traces par une droite M.

Démontrer que, lorsque l'on fait varier la position des points a, b, g, h sur C, les droites telles que M passent par un point fixe. (MANNHEIM.)

822. Un trièdre trirectangle est circonscrit à une surface du second degré. Démontrer que les normales à cette surface aux points de contact des faces du trièdre et le diamètre qui passe par le sommet de ce trièdre appartiennent à un même hyperboloïde.

823. Deux surfaces gauches ayant une génératrice commune sont telles, que leurs deux plans tangents communs se coupent à angle droit. Démontrer que, pour la génératrice commune, le plan central (*) de l'une touche l'autre au point où le plan central de celle-ci touche la première. (MANNHEIM.)

(*) Le plan central est le plan tangent au point central.