Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 6 (1867), p. 188-189
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6__188_0>

QUESTIONS.

804. Étant donnés m nombres en progression arithmétique, trouver le nombre de leurs combinaisons n à n, ayant la propriété que la somme des n nombres composant chaque combinaison ne surpasse pas le plus grand des nombres donnés. (Joseph SACCHI.)

805. On donne deux surfaces (S), (S′), la première fixe, l'autre se rapprochant indéfiniment de celle-ci. D'un point A de (S) et dans le plan tangent à cette surface on mène des tangentes à (S′). Quelle est la limite des positions de ces tangentes lorsque (S′) tend vers (S), de façon que le point où (S′) est touchée à chaque instant par un plan parallèle au plan tangent mené par le point A à (S) décrive une ligne qui coupe cette surface sous un angle fini ? (Ossian BONNET.)

806. On donne cinq droites arbitraires, on prend un groupe de quatre de ces droites et l'on construit le couple des deux droites qui les rencontrent. D'un point quelconque de l'espace on mène la droite qui rencontre les deux droites de ce couple.

On pourra ainsi mener de ce point cinq droites, puisqu'il y a autant de couples de deux droites qu'il est possible de former de groupes de quatre droites avec les cinq droites données. Démontrer que les cinq droites ainsi déterminées sont dans un même plan. (MANNHEIM.)

807. Démontrer directement la propriété corrélative de la précédente.

808. $U = 0$ étant une équation algébrique, U_1, U_2,..., U_n,..., les dérivées successives du premier membre :

1° L'équation $U = 0$ aura des racines imaginaires, si l'on n'a pas, pour toutes les valeurs de n et de x,

$$\left(\frac{U_n}{1.2\ldots n}\right)^2 - 2\frac{U_{n-1}.U_{n+1}}{1.2\ldots(n-1).1.2\ldots(n+1)} + 2\frac{U_{n-2}.U_{n+2}}{1.2\ldots(n-2).1.2\ldots(n+2)} - 2\frac{U_{n-3}.U_{n+3}}{1.2\ldots(n-3).1.2\ldots(n+3)} + \ldots > 0,$$

l'existence d'un couple de racines imaginaires étant accusée, chaque fois que l'équation obtenue en égalant à 0 le premier membre de l'inégalité précédente n'a pas toutes ses racines imaginaires.

2° Le même théorème subsistera si l'on remplace les dérivées U_1, U_2,... par les dérivées de la fonction suivante,

$$V = U + A_1U_1 + A_2U_2 + \ldots + A_m,$$

formée au moyen des coefficients d'une équation à racines toutes réelles,

$$x^m - A_1x^{m-1} + A_2x^{m-2} - \ldots \pm A_m = 0,$$

d'un degré égal ou inférieur au degré de $U = 0$.

(J.-J.-A. Mathieu.)

809. Décrire un cercle qui rencontre trois droites données de manière que les cordes interceptées par ces droites sur ce cercle soient égales à une longueur donnée.

810. Même problème quand on remplace les trois droites par trois circonférences.