Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 5 (1866), p. 525-527

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__525_1>

CORRESPONDANCE.

1. Nous recevons de M. le comte Léopold Hugo, neveu du célèbre poëte, la lettre suivante que nous insérons intégralement.

« Monsieur le Rédacteur,

» Permettez-moi de résumer ici, en quelques lignes, un travail que j'ai fait paraître sous une forme provisoire, et dont je prépare actuellement une édition typographique.

» Ce Mémoire a pour titre : *Théorie des Cristalloïdes*. Les cristalloïdes sont des solides géométriques formés par l'assemblage d'onglets à surface cylindrique variable, exactement comme les pyramides en général sont composées de pyramides à base triangulaire. Ces onglets ont pour section un triangle rectangle, et leur réunion donne des corps ronds (dits : *pluro-cylindriques*) ayant, dans les cas réguliers, l'apparence soit de dômes polygonaux, soit de trémies ; dans d'autres cas, le forme est celle de cornes à section également polygonale, correspondant aux pyramides obliques.

» La théorie précitée peut être envisagée, à mon sens, comme remplaçant, en l'élargissant, le chapitre des solides de révolution des cours d'Analyse ; ces derniers solides entrant dans l'ensemble comme cas particuliers.

» J'appelle *coefficient* l'expression qui, multipliant le produit de la hauteur, ou axe, par la base triangulaire de l'onglet, donne le volume de celui-ci. Malgré la variété et la nature des courbes servant de directrices aux surfaces cylindriques, souvent le coefficient se montre purement algébrique. C'est ce qui a lieu quand l'équation fournit une valeur de x^2, ne renfermant que des puissances entières ou fractionnaires de y, laquelle donnera une intégrale algébrique.

» Je m'attache à cette condition, comme se rapprochant des séries connues du prisme et de la pyramide.

» On trouve aussi des résultats offrant de grandes analogies avec les propriétés de la sphère. Certaines formes de l'équation directrice, de degré n, donnent pour coefficient $\frac{n}{n+1}$; ceci comprend la directrice elliptique, pour laquelle $n = 2$, et le coefficient alors se réduit à $\frac{2}{3}$, comme dans le problème d'Archimède.

Les courbes $y^2 = ax^n$ sont très-remarquables comme directrices; elles donnent pour le coefficient de l'onglet pris sur un axe $\frac{1}{n+1}$ (*), et sur l'autre axe $\frac{n}{n+4}$. Pour $n = 2$, on retrouve de part et d'autre le coefficient $\frac{1}{3}$ de la pyramide; pour la parabole, $n = 1$, et on a des solides à coefficients respectifs $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{5}$. On voit que le premier de ces cristalloïdes trouve sa place, comme intermédiaire, entre les deux séries de la Géométrie élémentaire. J'ajoute ici que d'autres positions de l'onglet donnent une

(*) Si l'on rapproche ce coefficient de la fraction de quadrature des aires, la relation est $\frac{n+2}{2n+2}$. Les troncs ou segments donnent aussi des resultats curieux.

formule $\frac{(n+2)^2-4(n+1)}{(n+2)(n+1)}$, qui, pour la parabole, se réduit à $\frac{1}{6}$. Une dernière combinaison, pour la même courbe, donne $\frac{8}{15}$.

» Ces divers coefficients, multipliés par la base *quelconque* et par la hauteur, expriment le volume de tout assemblage (ou de toute différence) d'onglets de même formule. Les deux belles séries $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{2}$ pourront être obtenues par la méthode des limites, en partant du volume de la sphère. Je crois pouvoir énoncer, en finissant, que les cristalloïdes viennent, à juste titre, se placer à côté des corps étudiés par l'antiquité, dont ils complètent et pour ainsi dire expliquent le système.

» Veuillez agréer, Monsieur et cher Maître, l'expression de mes sentiments respectueux et dévoués,

» C[te] LÉOPOLD HUGO. »

2. *Extrait d'une lettre de M. R. Alexandre.* — « La méthode pour résoudre les équations du troisième degré, que j'ai donnée dans le numéro d'août (p. 358), peut recevoir une simplification que je me contenterai d'indiquer en quelques mots.

» Remplacer simplement y par $\frac{1}{z}$, diviser par r' et multiplier par z^3 tous les termes de l'équation. Vu la relation (2), le premier membre contient les trois derniers termes du développement de $\left[z+\frac{q'}{3r'}\right]^3$. Cela permet d'obtenir la valeur de z, d'où l'on déduit celle de x, au moyen de la relation $x=\frac{1}{z}+h$. »

3. La solution de la question 766, par M. Rakowski, nous est parvenue trop tard pour qu'il ait été possible de la mentionner dans le numéro d'octobre.