

ROGER ALEXANDRE

**Note sur le moyen de ramener une équation
quelconque du quatrième degré à une
équation réciproque du même degré**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 477-478

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5_477_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE

sur le moyen de ramener une équation quelconque du quatrième degré
à une équation réciproque du même degré ;

PAR M. ROGER ALEXANDRE.

Le type général des équations du quatrième degré est

$$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0.$$

Si nous y remplaçons x par $y + h$, y étant une nouvelle inconnue et h une indéterminée, nous aurons une équation de la même forme en y ,

$$y^4 + p'y^3 + q'y^2 + r'y + s' = 0,$$

dans laquelle p' , q' , r' , s' sont des fonctions de h .

Divisons tous les termes par s' , nous aurons

$$\frac{y^4}{s'} + \frac{p'y^3}{s'} + \frac{q'y^2}{s'} + \frac{r'y}{s'} + 1 = 0.$$

Changeons encore d'inconnue, et faisons dans cette équation

$$\frac{y}{s'^{\frac{1}{4}}} = z,$$

elle deviendra

$$z^4 + \frac{p'}{s'^{\frac{1}{4}}} z^3 + \frac{q'}{s'^{\frac{1}{2}}} z^2 + \frac{r'}{s'^{\frac{3}{4}}} z + 1 = 0.$$

Nous avons déjà obtenu l'égalité des coefficients extrêmes; si maintenant nous pouvons déterminer h de manière à rendre égaux entre eux les coefficients de z et de z^3 , l'équation précédente sera réciproque.

Posons donc

$$\frac{p'}{s'^{\frac{1}{4}}} = \frac{r'}{s'^{\frac{3}{4}}},$$

d'où nous tirons, en multipliant les deux membres par $s'^{\frac{3}{4}}$ puis les élevant au carré,

$$s' p'^2 = r'^2,$$

ou, en remplaçant les trois coefficients par leurs valeurs,

$$\begin{cases} p' = 4h + p, \\ r' = 4h^3 + 3ph^2 + 2qh + r, \\ s' = h^4 + ph^3 + qh^2 + rh + s, \end{cases}$$

$$(h^4 + ph^3 + qh^2 + rh + s)(4h + p)^2 = (4h^3 + 3ph^2 + 2qh + r)^2.$$

Et nous obtiendrons enfin, en développant et ordonnant par rapport à h ,

$$h^3(p^3 + 8r - 4pq) + h^2(p^2q + 2pr + 16s - 4q^2) + h(p^2r + 8ps - 4qr) + p^2s - r^2 = 0,$$

équation du troisième degré qui nous donnera toujours au moins une valeur réelle pour h .

La question proposée peut alors être considérée comme résolue.