

MISTER

NEUBERG

Question d'algèbre élémentaire

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 354-355

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5_354_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

QUESTION D'ALGÈBRE ÉLÉMENTAIRE;

PAR MM. MISTER ET NEUBERG,

Professeurs à Nivelles (Belgique).

Quelle est la condition nécessaire pour que les deux valeurs de x soient égales et de même signe dans l'équation (*)

$$(cd - g^2)x^2 - [(1 + a^2)d + (1 + b^2)c - 2abg]\sqrt{1 + a^2 + b^2} \cdot x + (1 + a + b^2)^2 = 0.$$

Si l'on résout cette équation par rapport à x , la quantité sous le radical devra être égale à zéro, ce qui donne

$$[(1 + a^2)d + (1 + b^2)c - 2abg]^2 - 4(cd - g^2)(1 + a^2 + b^2) = 0.$$

Développant le carré et ordonnant par rapport à g , il vient

$$4(1 + a^2 + b^2 + a^2b^2)g^2 - 4ab[(1 + a^2)d + (1 + b^2)c]g + [(1 + a^2)d + (1 + b^2)c]^2 - 4cd(1 + a^2 + b^2) = 0,$$

ou

$$g^2 - \frac{ab[(1 + a^2)d + (1 + b^2)c]}{(1 + a^2)(1 + b^2)}g + \frac{[(1 + a^2)d + (1 + b^2)c]^2 - 4cd(1 + a^2 + b^2)}{4(1 + a^2)(1 + b^2)} = 0.$$

(*) Cette équation est celle qu'on obtient lorsqu'on cherche sur une surface le point pour lequel les deux rayons de courbure principaux sont égaux.

Si l'on complète le carré commencé en g , on aura

$$\left\{ g - \frac{ab[(1+a^2)d + (1+b^2)c]}{2(1+a^2)(1+b^2)} \right\}^2 + \frac{[(1+a^2)d + (1+b^2)c]^2 - 4cd(1+a^2)(1+b^2)}{4(1+a^2)(1+b^2)} - \frac{a^2b^2[(1+a^2)d + (1+b^2)c]^2}{4(1+a^2)^2(1+b^2)^2} = 0;$$

réduisons au même dénominateur, cette égalité pourra s'écrire

$$\left\{ g - \frac{ab[(1+a^2)d + (1+b^2)c]}{2(1+a^2)(1+b^2)} \right\}^2 + \frac{(1+a^2+b^2)\{[(1+a^2)d + (1+b^2)c]^2 - 4cd(1+a^2)(1+b^2)\}}{4(1+a^2)^2(1+b^2)^2} = 0,$$

ou encore

$$\left\{ g - \frac{ab[(1+a^2)d + (1+b^2)c]}{2(1+a^2)(1+b^2)} \right\}^2 + \frac{(1+a^2+b^2)[(1+a^2)d - (1+b^2)c]^2}{4(1+a^2)^2(1+b^2)^2} = 0.$$

Cette somme de carrés ne pourra être nulle que si chaque carré est nul séparément; il faut donc que l'on ait :

$$g = \frac{ab[(1+a^2)d + (1+b^2)c]}{2(1+a^2)(1+b^2)},$$

$$(1+a^2)d = (1+b^2)c,$$

et, par suite,

$$g = \frac{abc}{1+a^2} = \frac{abd}{1+b^2}.$$

Telle est la relation qui doit être satisfaite pour que l'équation proposée ait ses deux racines égales et de même signe.