Nouvelles annales de mathématiques

Faculté des sciences de Poitiers

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 4 (1865), p. 512-513

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1865_2_4__512_1>

FACULTÉ DES SCIENCES DE POITIERS.

BACCALAURÉAT.

Composition du 12 novembre 1864.

Quand arrive-t-il que le segment et la zone sphérique sont exprimés par le même nombre ?

(Rayon de la sphère $= 3$) (vérification à faire).

Solution.

Considérons une sphère de rayon $R = 3$, et dans cette sphère concevons un segment de hauteur H.

(*) Le point T est sur la droite OX, et M est le point de contact de la tangente MT.

L'aire de la zone correspondante à ce segment a pour expression

$$2\pi RH;$$

c'est une fonction des deux quantités R et H.

Le volume du segment sera donné en fonction de R et H seulement, si l'une des bases est prise à la distance R du centre. Considérons donc un tel segment. Son volume aura pour expression

$$\frac{1}{6}\pi H^3 + \frac{\pi}{2}\cdot H(2R - H) \times H.$$

Multiplions et divisons cette expression par 2R et mettons-la sous la forme

$$2\pi RH \times \frac{H^2 + 3H(2R - H)}{12R}.$$

On voit maintenant que la zone et le segment seront exprimés par le même nombre si l'on a

$$\frac{H^2 + 3H(2R - H)}{12R} = \frac{R}{3}, \quad \text{c'est-à-dire} \quad = 1.$$

De cette relation on tire

$$H = 2R, \quad H = R.$$

Ainsi le segment doit être la sphère ou la demi-sphère de rayon $R = 3$.

Vérification.—Il suffit d'écrire le volume de la sphère et celui de la demi-sphère sous la forme

$$2\pi R \times 2R \times \frac{R}{3}, \quad 2\pi R \times R \times \frac{R}{3}.$$

La vérification est manifeste (*).

(*) Extrait de la *Revue de l'Instruction publique*, n° 22, 31 août 1865.