Concours général de 1865

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 4 (1865), p. 509-511
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1865_2_4__509_0>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1865.

COMPOSITIONS DE MATHÉMATIQUES.

Classe de Mathématiques spéciales.

Étant données deux sections coniques tangentes en un point O, on leur mène la tangente commune OR, ainsi que les tangentes communes extérieures AA', BB' qui se coupent au point M.

Cela posé, on propose de démontrer que :

1° La droite PP', qui joint les points P, P' diamétralement opposés au point O dans les deux coniques, passe par le point M;

2° Les droites AB, A'B', qui joignent les points de contact de chaque conique avec les tangentes extérieures communes, se coupent en un point R qui est situé sur la tangente commune intérieure OR;

3° Les tangentes menées aux deux coniques par le point R touchent ces courbes en des points situés sur la droite MO.

On fera voir que généralement le point R ne partage cette propriété avec aucun autre point, et on déterminera la condition qui doit être remplie pour qu'il existe une ligne telle, que les tangentes menées par chacun des points de cette ligne aux deux coniques donnent *quatre* points de contact en ligne droite.

Mathématiques élémentaires.

Étant donnés un point P et une circonférence AA'BB', on mène du point P deux sécantes PAA', PB'B.

On joint A′ et B′, A et B, et on circonscrit une circonférence à chacun des deux triangles PAB, PA′B′. Ces deux circonférences se coupent au point P et en un second point M.

Cela posé, on demande le lieu du point M lorsque, l'une des deux sécantes restant fixe, on fait tourner la seconde.

Classe de Philosophie.

Ire question. — Dans un cube donné on inscrit une sphère, et dans cette sphère on inscrit un second cube. On demande le rapport entre les volumes de ces deux cubes.

IIe question. — Un bassin a la forme d'un prisme régulier à base hexagonale; sa capacité est de 2000 hectolitres et sa profondeur de $1^m,50$. On demande la longueur de chacun des côtés de la base.

Rhétorique scientifique.

Ire question. — Soient CD la directrice d'une parabole, A son sommet, MN une tangente quelconque. Du sommet A, on abaisse sur la tangente MN une perpendiculaire AP que l'on prolonge jusqu'à la rencontre de la directrice en Q, et l'on prend sur cette perpendiculaire, à partir du point A, une longueur $AR = PQ$. Trouver le lieu géométrique du point R.

IIe question. — Calculer les longueurs des côtés d'un triangle rectangle, sachant que le volume engendré par la révolution de ce triangle autour de son hypoténuse est équivalent à une sphère de rayon $\sqrt[3]{\frac{36}{5}}$, et que le même triangle, tournant successivement autour des deux côtés de l'angle droit, engendre deux volumes dont la somme est équivalente à une sphère de rayon $\sqrt[3]{21}$.

Classe de seconde (sciences).

Ire question. — Étant donnée une équation du second degré, on demande d'en former une seconde qui ait pour racines les carrés des inverses des racines de la proposée.

Appliquer la méthode à l'équation

$$\sin 2a \, . \, x^2 - 2(\sin a + \cos a)\, x + 2 = 0.$$

IIe question. — On donne un angle trièdre qui a deux faces égales, et on demande de le couper par un plan de manière que la section soit égale à un triangle équilatéral donné.

Troisième.

Ire question. — On fait tourner une circonférence de cercle autour de l'un de ses points, et dans chacune de ses positions on lui mène des tangentes parallèles à une droite fixe donnée. Trouver le lieu des points de contact.

IIe question. — Un terrain de 60 *arpents de Paris* a été vendu à raison de 3000 *livres tournois* l'arpent, avant l'établissement du système métrique. Sa valeur a doublé depuis cette époque. On demande d'évaluer en *francs* la valeur actuelle d'un hectare, sachant :

1° Que 80 francs valent 81 livres tournois ;

2° Que l'arpent de Paris valait 100 *perches carrées* dont chacune était un carré de 18 *pieds* de côté ;

3° Que le pied était le sixième de la toise ;

4° Que 10 000 000 de mètres valent 5 130 740 toises