URBAIN CHEYRÉZY

Note sur les imaginaires

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 3
(1864), p. 445-446

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1864_2_3__445_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1864, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LES IMAGINAIRES ;

PAR M. URBAIN CHEYRÉZY,

Elève en Mathématiques spéciales, à Metz (école Saint-Clément).

Dans les *Nouvelles Annales de* 1863, p. 206, on démontre ce théorème :

Arcsin x , arc cos x sont réductibles à la forme $a + b\sqrt{-1}$, pour x plus grand que 1.

Voici, je crois, une autre démonstration, fort simple, de cette proposition.

Je vais prendre $\arccos x$: les mêmes raisonnements s'appliqueraient au cas de $\arcsin x$.

On a, d'après un théorème connu,

$$L(\cos \varphi + \sqrt{-1} \sin \varphi) + 2k\pi\sqrt{-1} = \varphi\sqrt{-1}.$$

On tire de là

$$L(x + \sqrt{x^2 - 1}) + 2k\pi\sqrt{-1} = \sqrt{-1} \arccos x.$$

Cette formule étant vraie quel que soit x , supposons $x > 1$; nous avons

$$\begin{aligned} \arccos x &= \frac{L(x + \sqrt{x^2 - 1})}{\sqrt{-1}} + 2k\pi \\ &= -\sqrt{-1}L(x + \sqrt{x^2 - 1}) + 2k\pi. \end{aligned}$$

Le coefficient de $\sqrt{-1}$ est réel; le théorème est donc démontré.