NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

GUSTAVE HARANG

Solution de la question 474

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 2 (1863), p. 60-61

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__60_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 474 (*);

PAR M. GUSTAVE HARANG,
Élève du lycée de Douai (classe de M. Painvin).

Le déterminant

$$\begin{vmatrix} a_1 - b_1 & a_1 - b_2 & a_1 - b_3 & \ldots & a_1 - b_n \\ a_2 - b_1 & a_2 - b_2 & a_2 - b_3 & \ldots & a_2 - b_n \\ a_3 - b_1 & a_3 - b_2 & a_3 - b_3 & \ldots & a_3 - b_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_n - b_1 & a_n - b_2 & a_n - b_3 & \ldots & a_n - b_n \end{vmatrix}$$

est égal à $(a_1 - a_2)(b_1 - b_2)$ pour $n = 2$; et pour $n > 2$, il est nul.

Soit $n = 2$, le déterminant devient

$$\begin{vmatrix} a_1 - b_1 & a_1 - b_2 \\ a_2 - b_1 & a_2 - b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_2 - b_1 & a_1 - b_2 \\ b_2 - b_1 & a_2 - b_2 \end{vmatrix} \cdot$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & a_1 - a_2 \\ b_2 - b_1 & a_2 - b_2 \end{vmatrix} = (a_1 - a_2)(b_1 - b_2).$$

(*) La question 622, dont MM. Gustave Harang et Albert Sartiaux nous ont adressé une solution, a été résolue, il y a six mois, par M. Bartet (*voir* le numéro d'août 1862, p. 312).

Supposons maintenant $n > 2$.

Retranchons la seconde colonne de la première, et la troisième de la seconde, il viendra

$$\begin{vmatrix} b_2 - b_1 & b_3 - b_2 & a_1 - b_3 & \ldots & a_1 - b_n \\ b_2 - b_1 & b_3 - b_2 & a_2 - b_3 & \ldots & a_2 - b_n \\ b_2 - b_1 & b_3 - b_2 & a_3 - b_3 & \ldots & a_3 - b_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_2 - b_1 & b_3 - b_2 & a_n - b_3 & \ldots & a_n - b_u \end{vmatrix}$$

$$= (b_2 - b_1)(b_3 - b_2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & a_1 - b_3 & \ldots & a_1 - b_n \\ 1 & 1 & a_2 - b_3 & \ldots & a_2 - b_n \\ 1 & 1 & a_3 - b_3 & \ldots & a_3 - b_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & 1 & a_n - b_3 & \ldots & a_n - b_n \end{vmatrix} = 0;$$

ce dernier déterminant, ayant deux colonnes égales, est identiquement nul.

Note. — La même question a été résolue par M. Abraham Schnée, élève du lycée Charlemagne.