NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

MARCELLIN NOBLOT

Solution de la question 646

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 2 (1863), p. 151-152
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__151_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

SOLUTION DE LA QUESTION 646;

PAR M. MARCELLIN NOBLOT,
Élève du lycée de Lyon.

ÉNONCÉ. — *Par un point* (α, β) *du plan d'une ellipse* $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$, *on peut, en général, mener quatre droites qui coupent cette courbe sous un angle donné* δ *différent de* 0; *trouver l'équation du système de ces quatre droites.*

Soient Δ la tangente de l'angle δ; m le coefficient angulaire d'une droite menée par le point (α, β); x, y les coordonnées du point où elle coupe l'ellipse sous l'angle δ : on aura

$$(1) \qquad \Delta = \frac{m + \dfrac{b^2x}{a^2y}}{1 - m\dfrac{b^2x}{a^2y}},$$

$$(2) \qquad Y - \beta = m(X - \alpha),$$

$$(3) \qquad y - \beta = m(x - \alpha),$$

$$(4) \qquad a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2.$$

Les équations (1) et (3) donnent

$$x = -\frac{a^2(\Delta - m)(\beta - m\alpha)}{(a^2 - b^2)m\Delta - a^2m^2 - b^2},$$

$$y = -\frac{b^2(m\Delta + 1)(\beta - m\alpha)}{(a^2 - b^2)m\Delta - a^2m^2 - b^2}.$$

En remplaçant x, y par ces expressions dans l'équation (4), il vient

$$(\beta - m\alpha)^2 [a^2(\Delta - m)^2 + b^2(m\Delta + 1)^2]$$
$$= [(a^2 - b^2)m\Delta - a^2m^2 - b^2]^2,$$

ou, parce que $m = \dfrac{Y-\beta}{X-\alpha}$,

$$(5)\left\{\begin{aligned}&\left(\beta - \alpha\frac{Y-\beta}{X-\alpha}\right)^2\left[a^2\left(\Delta - \frac{Y-\beta}{X-\alpha}\right)^2 + b^2\left(\frac{Y-\beta}{X-\alpha}\Delta + 1\right)^2\right]\\&\quad= \left[c^2\Delta\frac{Y-\beta}{X-\alpha} - a^2\left(\frac{Y-\beta}{X-\alpha}\right)^2 - b^2\right]^2;\end{aligned}\right.$$

équation du quatrième degré homogène par rapport à $Y - \beta$, $X - \alpha$, qui représente le système de quatre droites, réelles ou imaginaires, menées par le point (α, β), et coupant l'ellipse sous l'angle donné δ.

Quand $\Delta = 0$, l'équation (5) se réduit à

$$(\beta X - \alpha Y)^2 = a^2(Y - \beta)^2 + b^2(X - \alpha)^2,$$

elle représente alors le système des deux tangentes menées du point (α, β) à l'ellipse.

Note du Rédacteur. — La même question a été résolue d'une manière semblable par M. Gustave Harang, élève en mathématiques spéciales au lycée de Douai (classe de M. Painvin).