CHARLES DE TRANQUELLÉON

Question 602

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 1 (1862), p. 401-402

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__401_0>

QUESTION 602;

Solution de M. Charles de TRANQUELLÉON.

Soient A le point attiré et MN le plan attirant; abaissons du point A une perpendiculaire sur le plan. Soit P le pied de cette perpendiculaire. Du point P comme centre décrivons des cercles; considérons comme élément d'attraction la couronne infiniment petite comprise entre deux cercles décrits avec des rayons : r, $r+dr$. En posant AP $=a$, l'attraction de l'élément sera $\dfrac{2\mu\pi rdr}{\sqrt{(a^2+r^2)^3}}$, la composante de cette attraction suivant AP sera $\dfrac{2\mu a\pi rdr}{(a^2+r^2)^2}$; donc l'attraction totale sera $\displaystyle\int_0^\infty \frac{2\mu a\pi rdr}{(a^2+r^2)^2}=\frac{\mu\pi}{a}$, ce qui démontre le théorème.

Ce résultat peut être généralisé. En effet, si l'on suppose que l'attraction de l'élément soit en raison inverse de la $n^{\text{ième}}$ puissance de la distance, l'attraction totale sera

$$\int_0^\infty \frac{2\mu a\pi rdr}{(a^2+r^2)^{\frac{n+1}{2}}}=\frac{2}{n-1}\,\frac{\mu\pi}{a^{n-2}}.$$

Pour $n=1$ cette formule donne pour l'attraction une valeur infinie.

Mais dans ce cas l'attraction est

$$\mu a\pi\int_0^\infty \frac{2\,rdr}{a^2+r^2} \quad \text{et} \quad \int\frac{2\,rdr}{a^2+r^2}=\mathrm{L}\,(a^2+r^2).$$

Or, pour $r=\infty$ le logarithme est infini.

On peut donc dire, en général, sauf le cas de $n = 1$, que lorsque tous les points d'un plan attirent, en raison inverse de la $n^{ième}$ puissance de la distance, un point situé en dehors du plan, l'attraction totale du plan sur ce point est en raison inverse de la $(n-2)^{ième}$ puissance de la distance du point au plan.

Note. — M. Ch. Kessler a résolu la question 602 d'une manière semblable, et il a de même remarqué que la proposition peut être généralisée.