

ABRAHAM SCHNÉE

Question 623

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 379-380

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__379_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION 623;

SOLUTION DE M. ABRAHAM SCHNÉE,

Elève du lycée Charlemagne.

Discussion de l'équation (6) de la page 320.

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} m^2 k^2 (m^2 - 1) x^2 - k^2 (m - 1) y^2 + m^2 (a^2 + b^2 + c^2 - k^2) z^2 \\ + 2 k m a y z + 2 k m^3 b x z + 2 k^2 m^2 a x \\ + 2 k^2 m^2 b y - m^2 (a^2 + b^2 + c^2 - k^2) k^2 = 0. \end{array} \right.$$

Premier cas : $m^2 - 1 \geq 0$. — Ce cas suppose les deux directrices non rectangulaires. En multipliant l'équation (1) par $(m^2 - 1)$, on obtient :

$$\left. \begin{array}{l} m^2 k^2 (m^2 - 1)^2 x^2 + 2 k m^2 (m^2 - 1) (m b z + k a) x \\ - k^2 (m^2 - 1)^2 y^2 + 2 k m (m^2 - 1) (a z + k m b) y \\ + m^2 (m^2 - 1) (a^2 + b^2 + c^2 - k^2) z^2 \\ - m^2 (m^2 - 1) (a^2 + b^2 + c^2 - k^2) k^2 \end{array} \right\} = 0,$$

ou

$$\left. \begin{array}{l} m^2 [k (m^2 - 1) x + m b z + a k]^2 \\ - [k (m^2 - 1) y - m a z - k m^2 a]^2 \\ + m^2 [m^2 (a^2 - c^2 - k^2) - (b^2 + c^2 - k^2)] z^2 \\ - m^2 k^2 [m^2 (a^2 + c^2 - k^2) - (b^2 + c^2 - k^2)] \end{array} \right\} = 0.$$

Si $m = 0$, on a $y = 0$; si $k = 0$, on a $z = 0$; c'est ce qu'on savait déjà d'après le mode de génération de la surface. Enfin, si l'on suppose à la fois $m = 0$, $k = 0$, il n'y a plus de surface. Nous supposons donc m et k différents de zéro.

Si l'on a

$$m^2 (a^2 + c^2 - k^2) - (b^2 + c^2 - k^2) = 0,$$

la surface se réduit aux deux plans

$$\begin{aligned} & m [k (m^2 - 1) x + mbz + ak] \\ & = \pm [k (m^2 - 1) y - maz - k m^2 b]. \end{aligned}$$

Lorsqu'on a

$$m^2 (a^2 + c^2 - k^2) - (b^2 + c^2 - k^2) \geq 0,$$

la surface est un hyperboloïde à une nappe. Les trois plans

$$\begin{aligned} k (m^2 - 1) x + mbz + ak &= 0, \\ k (m^2 - 1) y - maz - k m^2 b &= 0, \\ z &= 0, \end{aligned}$$

sont trois plans diamétraux conjugués de la surface; ils se coupent au point $x = \frac{-a}{m^2 - 1}$, $y = \frac{m^2 b}{m^2 - 1}$, $z = 0$, qui en est le centre.

Note. — En discutant de même le second cas où $m^2 - 1 = 0$, M. Schnée a trouvé que, dans cette hypothèse, l'équation (1) représente un parabololoïde hyperbolique ou différents systèmes de deux plans.