NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

H. LEMONNIER

Note sur la méthode d'approximation de Newton

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 1 (1862), p. 243-244

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__243_1>

NOTE SUR LA MÉTHODE D'APPROXIMATION DE NEWTON

(voir page 188);

PAR M. H. LEMONNIER,
Professeur de mathématiques spéciales au lycée de Lyon.

Cette erreur relative est

$$\frac{\omega}{h} = -\frac{f''(\alpha + \theta h)}{2f'\alpha} h,$$

de sorte que

$$\frac{\omega}{h} < \frac{A}{2b} h < \frac{1}{10^p} h.$$

On aura de même

$$\frac{\omega'}{h'} = -\varphi'' \frac{(\alpha' + \theta' h')}{2\varphi'\alpha'} h' < \frac{At^2}{2bt} h' < \frac{A}{2b} h < \frac{1}{10^p} h.$$

L'erreur relative sur h' s'apprécie donc par la même limite que celle qui concerne h.

L'approximation possible d'un côté sera par suite du même ordre que de l'autre, d'après ce qui est connu sur les erreurs relatives.

Quand $f\beta$ et $f''\beta$ se trouvent de même signe, le calcul se fait en partant de β. Les mêmes considérations sont applicables à ce cas; les conclusions seront les mêmes.

Je termine par une remarque utile au cas où le premier chiffre significatif de h est d'ordre inférieur à $\frac{1}{10^{n+1}}$: c'est que l'erreur relative sur h, quand on prend $-\frac{f\alpha}{f'\alpha}$ pour sa valeur approchée, étant moindre que $\frac{1}{10^{n+p}}$, il en résulte qu'on peut gagner par ce terme $-\frac{f\alpha}{f'\alpha}$, $n+p$ chiffres, non pas à partir de l'ordre de $\frac{1}{10^n}$, mais bien à partir d'un premier chiffre significatif dans ce quotient, sans que l'erreur, après avoir forcé le dernier chiffre d'une unité monte à une unité de l'ordre de ce dernier chiffre, supposé qu'on ait $\omega > 0$, au moins tant que les $n + p$ premiers chiffres significatifs de $\frac{f\alpha}{f'\alpha}$ ne sont pas tous des 9.

Cette remarque est également applicable au calcul quand il doit se faire à partir de β.