PAUL SERRET

Note sur les asymptotes

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 1 (1862), p. 23-24

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__23_0>

NOTE SES LES ASYMPTOTES;

Par M. Paul SERRET.

L'asymptote d'une branche infinie de courbe est la limite des positions occupées par une tangente dont le point de contact s'éloigne indéfiniment sur cette branche.

L'asymptote étant prise pour axe des y, et les axes étant rectangulaires; que l'on considère, en même temps que la courbe proposée, une courbe auxiliaire *à ordonnées réciproques :* et soient sur ces deux courbes, M et m deux points qui correspondent à une même abscisse.

D'après le choix des axes et la nature de la courbe donnée, à mesure que le point M s'éloigne indéfiniment sur cette courbe, son abscisse tend vers zéro, et son ordonnée augmente indéfiniment : les deux coordonnées du point correspondant m tendent donc simultanément vers zéro; la courbe auxiliaire passe par l'origine, et la *sous-tangente* de cette courbe a pour limite zéro. D'ailleurs, les *sous-tangentes, prises* en des points *correspondants* de deux courbes à ordonnées réciproques, *sont égales et de sens contraires :* la sous-tangente de la courbe primitive en M a donc pour limite zéro, comme l'abscisse du pointM; et la trace, sur l'axe des x, de la tangente en M a pour limite l'origine, c'est-à-dire un point de l'asymptote.

En outre, en désignant par i l'inclinaison de la tangente en M sur l'asymptote Oy, l'on a

$$\text{tang}\, i = \frac{\text{S.T}}{\text{Y}}.$$

Mais la sous-tangente S.T a pour limite zéro; l'ordonnée

Y grandit indéfiniment : l'angle i a donc pour limite zéro ; et la limite des tangentes est parallèle à l'asymptote Oy. Donc, etc.

Remarque. — La démonstration serait en défaut, en même temps que le théorème, si l'origine des coordonnées devenait un *point-asymptote* de la courbe auxiliaire.