NADAL

Seconde solution de la question 569

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 1 (1862), p. 137-138

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__137_1>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 569

(voir t. XX, p. 301);

PAR M. NADAL,
Professeur à l'Ecole de Sorèze.

Énoncé. — ABD est un triangle rectangle en B; sur AB comme diamètre, une circonférence décrite rencontre AD en E. Si AE = BD, alors AE est égal au quadrant de la circonférence à un millième de rayon près.

(A.-S. HERSCHELL.)

Solution. — Je vais prouver que ce théorème n'est pas vrai, mais qu'il le devient, si à la limite d'erreur 1 *millième* on substitue la limite 2 *millièmes*.

Je prends le rayon $\frac{AB}{2}$ pour unité de longueur; l'angle BEA inscrit dans un demi-cercle est droit, donc

$$\overline{BD}^2 = AD \times ED$$

ou bien

$$\overline{AE}^2 = AD \times ED,$$

et, par suite, AE est le plus grand segment de AD divisée en moyenne et extrême partie.

Il résulte de là

$$\text{AE ainsi que BD} = \text{AD} \times \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Or

$$\overline{\text{AD}}^2 = \overline{\text{AB}}^2 + \overline{\text{BD}}^2,$$

donc

$$\overline{\text{AD}}^2 = 4 + \frac{\overline{\text{AD}}^2}{4}(6 - 2\sqrt{5})$$

et

$$\text{AD} = \frac{4}{\sqrt{2(-1+\sqrt{5})}};$$

d'où

$$\text{AE} = \frac{4(-1+\sqrt{5})}{2\sqrt{2(-1+\sqrt{5})}} = \sqrt{2(-1+\sqrt{5})}.$$

Le calcul de AE donne 1,5723 à 0,0001 près par défaut. D'ailleurs $\frac{\pi}{2} = 1,5707$ à 0,0001 par défaut. Donc

$$\text{AE} > 1,572 > 1,571 > \frac{\pi}{2}$$

et

$$\text{AE} - \frac{\pi}{2} > 0,001.$$

Ainsi AE n'égale pas le quadrant à 1 millième près du rayon.

Mais on a

$$1,5724 > \text{AE} > \frac{\pi}{2} > 1,5707.$$

Donc $\text{AE} - \frac{\pi}{2} < 0,0017$ et à fortiori $< 0,002$, ce qui prouve que AE égale le quadrant à 2 millièmes près du rayon.
