NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Propriétés qu'on déduit de la transformation par rayons vecteurs

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 68-71

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__68_1>

PROPRIÉTÉS QU'ON DÉDUIT DE LA TRANSFORMATION PAR RAYONS VECTEURS (*).

1. La polaire réciproque d'une courbe plane par rapport à un cercle directeur est une ligne inverse de la podaire du centre du cercle.

2. L'inverse d'une circonférence est une circonférence qui devient une droite lorsque le pôle est sur la circonférence.

3. L'inverse d'une conique ayant pour pôle le centre est égale à la podaire de ce même centre.

(*) Étant donnee l'équation polaire d'une courbe, on obtient la ligne inverse en remplaçant ρ par $\frac{a^2}{\rho}$, a constante.

4. L'inverse d'une conique ayant pour pôle le foyer est une conchoïde circulaire.

5. L'inverse d'une parabole ayant pour pôle le sommet est une cissoïde.

6. L'inverse d'une strophoïde (logocyclique) est une strophoïde semblable.

7. L'inverse d'une cassinienne à plusieurs foyers est une cassinienne de même nombre de foyers.

8. L'inverse d'une droite est une circonférence passant par le pôle.

9. L'inverse d'une hyperbole équilatère est une lemniscate.

10. L'inverse d'une parabole ayant pour pôle le foyer est une cardioïde.

11. Trois circonférences passent par le même point O, et se coupent en trois autres points, sommets d'un triangle curviligne formé par trois arcs de la circonférence; les trois circonférences qui, passant par le même point O, divisent en parties égales les angles du triangle, passent encore par un autre point inverse du point O; les trois circonférences qui passent par le point O, perpendiculaires aux côtés du triangle curviligne, se coupent en un même point; la somme des trois angles du triangle curviligne est égale à deux angles droits.

12. Si sur trois cordes OA, OB, OC d'une circonférence, comme diamètres, on décrit trois circonférences, elles se coupent en trois points qui sont en ligne droite.

13. Si trois circonférences passent par le point de rebroussement d'une cardioïde tangentiellement à la courbe, les trois intersections de ces circonférences sont en ligne droite.

14. Les tangentes à une cardioïde, menées par les extrémités d'une corde passant par le point de rebroussement, se coupent à angle droit.

15. Si sur l'inverse d'une conique l'on prend six points, et si l'on décrit six circonférences passant chacune par deux points *consécutifs* et par le pôle, les intersections de chaque couple de circonférences opposées sont sur une même circonférence.

16. Si dans une lemniscate ordinaire on inscrit un triangle curviligne formé par des arcs de cercles passant chacun par le centre de la lemniscate, les trois circonférences qui passent par les trois sommets perpendiculaires aux côtés opposés, se coupent en un point qui est sur la lemniscate.

17. Soient des circonférences passant par le pôle d'une conchoïde circulaire, et coupant la courbe chacune en deux points, qui sont vus de l'origine sur un angle donné, l'enveloppe de ces circonférences est une conchoïde circulaire de même pôle.

18. Soient OA, OB, deux arcs de cercles; deux points A, B, sont fixes, et l'angle AOB est constant; le lieu des seconds points d'intersection des arcs OA, OB est une circonférence.

19. C_1, C_2, C_3 étant trois circonférences, trouver le centre C d'une quatrième circonférence qui touche les circonférences données. Soit O un point d'intersection des couples C_1 et C_2; prenant ce point pour pôle et pour numérateur de transformation inverse *la puissance* de O par rapport à C_3, les centres C_1 et C_2 se transforment en *droites*, et la circonférence C_3 ne change pas. Il suffit donc de mener un cercle touchant les deux droites et la

circonférence C_3; le centre C du cercle est le point cherché.

Si C_1 et C_2 ne se coupent pas, on peut augmenter ou diminuer les trois rayons de la même longueur, de manière qu'il y ait intersection, et cela ne change pas la position du point C (Mannheim).

20. Deux paraboles de même foyer passant par un même point fixe, le lieu du deuxième point d'intersection est un ovale cartésien.

21. Si les trois sommets des trois paraboles *confocales* sont sur une cardioïde dont le point de rebroussement est au foyer commun, leurs points d'intersection sont une quatrième parabole confocale aux premières.

22. Si trois hyperboles équilatères *concentriques* touchent la *même* droite, leurs points d'intersection seront sur une lemniscate concentrique aux hyperboles.

23. Le lieu des sommets d'hyperboles équilatères concentriques à une cassinienne ordinaire, et la touchant, est la podaire d'une conique par rapport à ce centre.

24. Le lieu des sommets des paraboles confocales et touchant une conique à centre est une conchoïde circulaire.

25. Un système d'ovales cartésiens à foyers communs est coupé orthogonalement par un système de paraboles confocales.

26. Un système de cassiniennes ordinaires de mêmes foyers est coupé orthogonalement par un système d'hyperboles équilatères passant par les foyers communs.

(*La suite prochainement.*)