BEYNAC

Questions d'examen

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 50-51

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__50_1>

QUESTIONS D'EXAMEN.

(voir p. 5);

PAR M. BEYNAC.

VII. *Des développements des puissances* $(1+x)^m$, $\left(1+\frac{1}{x}\right)^m$, m *étant entier, déduire une formule de la somme des carrés des coefficients du binôme.*

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{1.2}x^2 + \ldots,$$

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^m = 1 + \frac{m}{x} + \frac{m(m-1)}{1.2}\cdot\frac{1}{x^2} + \ldots$$

Si l'on fait le produit, il est évident que la somme des produits partiels qui ne contiennent pas x est précisément la somme des carrés des coefficients du binôme. Or

$$(1+x)^m \times \left(1+\frac{1}{x}\right)^m = \frac{(1+x)^{2m}}{x^m}.$$

Le terme général de ce dernier développement,

$$\frac{2m(2m-1)\ldots(2m-n+1)}{1.2\ldots n}\cdot\frac{x^{2m-n}}{x^m},$$

fournit le terme indépendant de x pour $2m - n = m$ ou $n = m$; donc la somme des carrés des coefficients est exprimée par la formule

$$\frac{2m\,(2m-1)\ldots(m+1)}{1.2\ldots m}.$$