J. DE VIRIEU

Solution de la question 566

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 434-435

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__434_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 566

(voir p 111),

Par M. J. DE VIRIEU,
Repetiteur a Lyon (institution de M. Poncin)

1. u et v étant des fonctions d'une même variable indépendante φ, p un entier absolu qui peut être nul, $D^p u$

la dérivée d'ordre p, la dérivée d'ordre zéro d'une fonction étant, par convention, cette fonction elle-même, on a, en vertu du théorème de Leibniz,

$$D^p(uv) = \sum_{h=0}^{h=p} \frac{p!}{h!(p-h)!} D^h u D^{p-h} v.$$

Posons $u = v$,

$$\text{(A)} \qquad D^p(u^2) = \sum_{h=0}^{h=p} \frac{p!}{h!(p-h)!} D^h u D^{p-h} u.$$

2. On a d'ailleurs

$$D \operatorname{tang}\varphi = \frac{1}{\cos^2\varphi} = 1 + \operatorname{tang}^2\varphi;$$

$\dot{n}$ étant un entier absolu non nul, on en déduit

$$D^{n+1} \operatorname{tang}\varphi = D^n \operatorname{tang}^2\varphi.$$

Remplaçant dans l'équation (A) p par n, u par $\operatorname{tang}\varphi$, on a

$$0 < \dot{n}, \quad D^{n+1} \operatorname{tang}\varphi = \sum_{h=0}^{h=n} \frac{n!}{h!(n-h)!} D^h \operatorname{tang}\varphi \, D^{n-h} \operatorname{tang}\varphi.$$