NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ABRAHAM SCHNÉE

Sur la solution de la question 570 (voir p. 289)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 433-434

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__433_1>

SUR LA SOLUTION DE LA QUESTION 570

(voir p. 289);

PAR M. ABRAHAM SCHNÉE,
Élève du lycée Charlemagne.

M. C. Kessler arrive à prouver que

$$\alpha^2 c^2 + 2a\alpha(a^2 - c^2) - a^4 = 0.$$

Cela tient à ce que, contrairement à M. Mention, il désigne par a le demi grand axe de l'ellipse extérieure et par α celui de l'ellipse intérieure. Adoptons les notations inverses, et la relation précédente deviendra

$$\alpha^4 - 2a\alpha(\alpha^2 - c^2) - a^2c^2 = 0.$$

Je dis qu'elle ne diffère pas essentiellement de la proposée

$$\alpha^8 - 4\alpha^6a^2 + 6\alpha^4a^2c^2 - 4\alpha^2a^2c^4 + a^4c^4 = 0;$$

cette dernière peut en effet s'écrire

$$[\alpha^4 - 2a\alpha(\alpha^2 - c^2) - a^2c^2][\alpha^4 + 2a\alpha(a^2 - c^2) - a^2c^2] = 0,$$

et elle est satisfaite, soit par

$$\alpha^4 - 2a\alpha(x^2 - c^2) - a^2c^2 = 0,$$

soit par

$$\alpha^4 + 2a\alpha(\alpha^2 - c^2) - a^2c^2 = 0.$$

La première équation, d'après la démonstration de M. C. Kessler, est toujours vraie quand les ellipses jouissent de la propriété énoncée. La relation de M. Mention a donc toujours lieu, et par suite cette relation est exacte. Elle est seulement moins simple que celle de M. C. Kessler.