NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

DARBOUG

Solution de la question d'admission à l'École polytechnique en 1861

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 384-385

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__384_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1861, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques

http://www.numdam.org/

SOLUTION DE LA QUESTION D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE EN 1861

(voir page 380),

PAR M. H. L,
Elève du lycee Napoléon (classe de M. Vacquant),

UN ANONYME, DE STRASBOURG,

ET M. DARBOUG,
Elève du lycee de Montpellier

L'équation en S relative aux surfaces proposées se forme facilement et l'on trouve

$$S^3 - AS^2 - B^2S + AB^2 = o$$

ou

$$A = a + b + c,$$
$$B^2 = a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc.$$

Le terme constant

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

est évidemment égal à AB^2.

D'après un théorème connu, B^2 est une quantité toujours positive s'annulant pour $a = b = c$.

Supposons

$$a + b + c > o;$$

l'équation S a deux variations et par suite deux racines positives; donc la surface est un hyperboloïde à une nappe

$$a + b + c < o.$$

L'équation en S a une seule variation, donc une seule racine positive, et la surface est un hyperboloïde à deux nappes.

Si

$$a + b + c = 0,$$

l'équation en S devient

$$S(S^2 - B^2) = 0.$$

La surface est un cylindre hyperbolique.

Si

$$a = b = c,$$

on a deux plans parallèles

$$x + y + z = \pm 1.$$

Enfin si

$$\left.\begin{array}{l} a = 0 \\ b = 0 \end{array}\right\} \quad \text{avec} \quad c \gtrless 0,$$

on a un hyperboloïde

à une nappe si..... $b > 0$,
à deux nappes si... $b < 0$.

En dernier lieu, si l'un des paramètres devient infini, on a un *cône*.

Remarque. Si l'on représente par a, b, c les coordonnées d'un point de l'espace, le plan

$$x + y + z = 0$$

et la droite

$$x = y = z$$

séparent très-élégamment les points correspondants aux divers genres de surfaces.