

MENTION

Solution de la question 584

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 20 (1861), p. 302-303

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__302_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1861, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 584

(voir p. 140);

PAR M. MENTION,
Professeur

En admettant la notion du *cercle focal*, le théorème 584 de M. Faure se démontre instantanément.

Je rappellerai d'abord que la distance du point de concours de deux tangentes à une conique aux quatre rayons vecteurs de contact est le *rayon focal* (*). La surface d'un triangle circonscrit s'exprime par $\frac{kk'k''}{p}$ (p para-

(*) Voir t. XVII, p. 322.

mètre, k, k', k'' les rayons focaux correspondants aux trois sommets).

Il s'agit de prouver que

$$8s = \left(-\frac{a}{\alpha \frac{1}{3}} + \frac{b}{\beta \frac{1}{3}} + \frac{c}{\gamma \frac{1}{3}} \right) \dots$$

Or

$$\frac{1}{\alpha \frac{1}{3}} = \frac{\cos i}{p \frac{1}{3}}, \quad \frac{1}{\beta \frac{1}{3}} = \frac{\cos i'}{p \frac{1}{3}}, \quad \frac{1}{\gamma \frac{1}{3}} = \frac{\cos i''}{p \frac{1}{3}},$$

i, i', i'' étant les angles des normales relatives aux points de contact avec les rayons vecteurs.

Maintenant il est clair que

$$a = \frac{k' + k''}{\cos i}, \quad b = \frac{k + k''}{\cos i'}, \quad c = \frac{k + k'}{\cos i''}.$$

Donc

$$\frac{b}{\beta \frac{1}{3}} + \frac{c}{\gamma \frac{1}{3}} - \frac{a}{\alpha \frac{1}{3}} = 2k, \dots,$$

ainsi l'on retombe sur

$$S = \frac{kk'k''}{p}.$$

Je ne vois pas comment, en dehors du procédé de relations métriques qui a manifestement conduit l'auteur à ce théorème, on éviterait d'inextricables calculs, sans le cercle focal.
