Nouvelles annales de mathématiques

C. Kessler

Solution de la question 588

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 291-292

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__291_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 588

(voir p. 141);

PAR M. C. KESSLER,
Élève du lycée Saint-Louis.

Soient T, T' les points de contact des deux tangentes menées à une ellipse d'un point quelconque O, et soient F, F' les foyers de la courbe. Désignons par d, d' les deux demi-diamètres parallèles à OT, OT', et posons

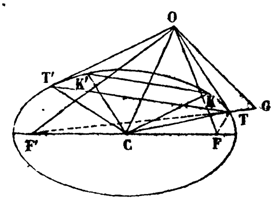
$$OT = t, \quad OT' = t', \quad FO = \rho, \quad F'O = \rho',$$

alors on aura

$$tt' + dd' = \rho\rho'.$$

(STREBOR)

Soient CK, CK' les diamètres parallèles à OT, OT'.



Le calcul montre aisément que si l'on joint KK', CT, CT′, TT′, les deux triangles CKK′, CTT′ ont des surfaces égales, et du reste on le voit plus rapidement en considérant l'ellipse comme la projection d'un cercle. Si l'on désigne par θ l'angle TOT′, l'aire du quadrilatère TOT′C est

$$\frac{(tt' + dd')\sin\theta}{2}.$$

Je mène TF, TF′ et je prolonge cette dernière ligne d'une longueur TG égale à TF; le triangle GOF′ équivaut à la somme des triangles GOT, OF′T et a pour mesure $\frac{pp'\sin\theta}{2}$; or les trois triangles GOT, OF′T, COT ont même base OT, et de plus la perpendiculaire partant de C est, comme on voit, la demi-somme des perpendiculaires abaissées de F′ et G sur OT; donc

$$\text{COT} = \frac{1}{2}\,\text{GOF}'$$

de même

$$\text{COT}' = \frac{1}{2}\,\text{GOF}';$$

d'où

$$\text{quadril. TOT}'\text{C} = \text{triangle F}'\text{OG}$$

ou

$$tt' + dd' = pp.$$

On voit par là aussi que

$$\text{COT} = \text{COT}'.$$

Note. M. A. Lafon, professeur à la Faculté de Nancy, vient de publier : *Gergonne, sa vie, ses travaux*, in-8 de 50 pages; Nancy. A la fin est la liste complète de tous les Mémoires de Gergonne.