Projection homalographique [Babinet] (voir t. XIX, p. 461)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 149-152

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__149_0>

PROJECTION HOMALOGRAPHIQUE [BABINET (*)]

(voir t. XIX, p. 461);

1. Soit une ellipse ayant pour équation

$$y^2 + \frac{x^2}{b^2} = 1 \text{ ; axes rectangulaires ;}$$

l'aire élémentaire est égale à $bdx\sqrt{1-x^2}$.

Soit une seconde ellipse

$$y^2 + \frac{x^2}{b'^2} = 1 ;$$

l'aire élémentaire est $b'dx\sqrt{1-x^2}$.

Si $b'-b$ est un infiniment petit du premier ordre, la différence entre les deux aires élémentaires sera égale à $db.dx\sqrt{1-x^2}$; infiniment petit du second ordre, aire d'un quadrilatère mixtiligne formé par deux arcs d'ellipse et deux droites, infiniment petits du premier ordre. L'aire du croissant renfermé entre les deux demi-ellipses est égale à $\frac{\pi}{2}db$, quantité constante si db est constant; l'aire du quadrilatère divisée par l'aire du croissant est

$$\frac{2}{\pi}dx\sqrt{1-x^2}$$

ou, en posant $x = \sin\varphi$, égale à

$$(1) \qquad \frac{2\cos^2\varphi\, d\varphi}{\pi}.$$

(*) Babinet (Jacques), né à Lusignan (Vienne) le 5 mars 1794.

2. Soit une sphère de rayon 1 ; menons deux méridiens infiniment voisins et renfermant une aire $\frac{4\pi}{n}$, où n est infiniment grand; concevons deux parallèles aux latitudes λ et $\lambda + d\lambda$; l'aire du quadrilatère formé par deux arcs de grands cercles et deux de petits cercles, quatre côtés infiniment petits, sera égale à $\frac{2\pi}{n}\cos\lambda\, d\lambda$. Ainsi cette aire divisée par l'aire du fuseau élémentaire, donne pour quotient

$$\frac{\cos\lambda\, d\lambda}{2}. \tag{2}$$

3. Établissons l'équation $(1) = (2)$ ou

$$\pi \cos\lambda\, d\lambda = 4\cos^2\varphi\, d\varphi = 2\, d\varphi(1 + \cos 2\varphi);$$

intégrant, on obtient

$$\pi \sin\lambda = 2\varphi + 2\sin 2\varphi; \tag{3}$$

on suppose que λ et φ s'annulent simultanément; ainsi la constante est nulle.

4. Pour fixer les idées, prenons $n = 1000$, et concevons 1000 méridiens divisant la sphère en 1000 fuseaux égaux ; divisons encore, pour fixer les idées, le quadrant en 180 parties égales chacun de 30′ et menons des parallèles par les points de division : les latitudes de ces parallèles sont les valeurs des λ, l'hémisphère sera divisé en 180000 petits carreaux sphériques. Prenons pour représenter l'aire de la sphère une ellipse de centre O, de grand axe $AOA' = 2$, et de petit axe BOB', divisons BOB' en 1000 parties égales et faisons passer par les points de division des ellipses; on aura 1000 croissants d'aires égales; par conséquent chacun de ces croissants elliptiques peut représenter un fuseau *sphérique*. A partir du centre O portons sur le grand axe des abscisses x qui satisfassent à

l'équation (3) et menons par les points de division des parallèles à BOB′; on formera des carreaux elliptiques; et d'après l'équation (3), l'aire de chacun de ces carreaux sera à l'aire du croissant qui le renferme comme le carreau sphérique correspondant à l'aire du fuseau sphérique; chaque carreau elliptique, c'est-à-dire chaque aire élémentaire de l'ellipse représente *sensiblement* une aire élémentaire de la sphère. Au lieu d'une ellipse ABA′B′ on peut prendre une circonférence de même aire que l'hémisphère et par conséquent de rayon égal à $\sqrt{2}$.

On voit que ce système peut servir à représenter sur un plan une surface de révolution quelconque; il conserve les rapports des aires, mais altère considérablement les angles, surtout en s'approchant des pôles, car alors les parallèles coupent les ellipses méridiennes sous des angles de plus en plus aigus. Aussi, pour représenter les régions polaires, la projection Lorgna est alors préférable; elle conserve aussi les rapports des aires, et l'altération des distances *diminue* en s'approchant des pôles.

M. Ernest Bourdin (*), membre de la Société de Géographie, a eu la généreuse idée, bien rare aujourd'hui, d'éditer tout un atlas d'après ce système; voici le titre :

Atlas universel de Géographie physique et politique à l'usage des cours supérieurs et des gens du monde; système homalographique de M. Babinet.

En tout 25 cartes qui renferment les données géométriques, physiques, politiques des diverses contrées de la terre. On doit espérer que cet atlas sera adopté dans toutes les institutions d'enseignement primaires et secondaires.

M. Jules Bourdin, fils de l'éditeur, attaché aujourd'hui

(*) Rue de Seine, 51.

comme ingénieur civil à l'entreprise de l'isthme de Suez, a calculé les tables des sinus et des cosinus de x, correspondant aux valeurs des latitudes λ, par intervalles de $30'$, depuis 0° jusqu'à 90°; tables approuvées par M. Babinet. Les cartes sont dessinées avec le soin et le goût qu'on peut attendre de M. Vuillemin, géographe. Ces cartes homalographiques sont exclusivement propres à représenter avec exactitude les phénomènes physiques, tels que la direction des principaux vents et la représentation graphique des faits de statistique.

Note étymologique. ὁμαλός, semblable, pareil; *ανομαλός*, qui n'est pas semblable, irrégulier; en français, *anomal* et non *anormal*, orthographe vicieuse généralement répandue, dont voici l'origine : *norma* est un mot latin désignant une *équerre;* d'où *normal*, ce qui est fait d'équerre, avec justesse : on en a formé *anormal*, expression hybride; il faudrait dire *innormal*, par analogie avec *innocent;* les Allemands disent très-correctement *abnormal*.