NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

VANNSON

Démonstration simple d'un théorème de Newton sur les coniques inscrites à un quadrilatère

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 118-120

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__118_1>

DÉMONSTRATION SIMPLE

d'un théorème de Newton sur les coniques inscrites à un quadrilatère;

Par M. VANNSON.

Le lieu des centres des coniques inscrites à un quadrilatère est une ligne droite joignant les milieux des trois diagonales. La démonstration de M. Briot est fondée sur les polaires réciproques que beaucoup d'élèves ne possèdent pas. Celle-ci est directe et me paraît courte.

Je prends pour axes deux diagonales AOA', BOB' du quadrilatère. Soient a, a' les abscisses des sommets A, A'; b, b' les ordonnées de B et B'. Soient COC', DOD' les points de contact d'une des courbes, les quatre droites partant de O forment un faisceau harmonique (*Nouvelles Annales*, 1858, p. 221). Si donc je représente OC par l'équation

$$y = mx,$$

la droite DD' aura pour équation

$$y = -mx.$$

Cela posé, les coordonnées de C seront

$$x = \frac{ab}{b + ma}, \quad y = \frac{mab}{b + ma};$$

celles du point D sont

$$x_1 = \frac{ab'}{b' - ma}, \quad y_1 = \frac{-mab'}{b' - ma};$$

je joins par une droite le point A au milieu de CD : cette droite qui contient le centre aura, réduction faite, pour équation

$$\frac{y}{x - a} = \frac{m(b + b')}{b' - b - 2am};$$

celle qui joint A' au milieu de C'D' s'en déduit en changeant a en a', b en b' et réciproquement, ce qui donne

$$\frac{y}{x - a'} = \frac{m(b + b')}{b - b' - 2a'm};$$

éliminant m, il vient

$$\frac{y}{\frac{1}{2}(b+b')}+\frac{x}{\frac{1}{2}(a+a')}=1,$$

c'est-à-dire une ligne droite.