NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

DE LA BRIÈRE

DE CHARODON

# Solution des questions 483 et 484

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 19 (1860), p. 52-54

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__52_0>

## SOLUTION DES QUESTIONS 483 ET 484

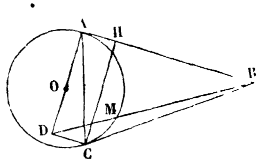
(voir t XVIII, p. 357),

PAR MM. DE LA BRIÈRE ET DE CHARODON,
Élèves de l'école des Carmes (classe de M. Gerono)

---

### *Question* 483.

Le volume engendré par le triangle rectiligne ABD




tournant autour de AD est

$$\frac{1}{3}\pi\overline{AB}^2.AD.$$

Le volume engendré par le triangle mixtiligne ABC est égal au volume engendré par le trapèze ABCD moins le volume engendré par le segment AC.

Or, le volume engendré par le trapèze est

$$\frac{1}{3}\pi AD\left(\overline{BA}^2+\overline{DC}^2+AB.DC\right);$$

le volume engendré par le segment est

$$\frac{1}{3}\pi AD\left(\frac{3}{2}\overline{DC}^2+\frac{1}{2}\overline{AD}^2\right);$$

le volume engendré par le triangle mixtiligne sera donc

$$\frac{1}{3}\pi AD\left(\overline{AB}^2+\overline{DC}^2+AB.DC-\frac{3}{2}\overline{DC}^2-\frac{1}{2}\overline{AD}^2\right).$$

Il faut donc prouver qu'on a l'égalité

$$\frac{1}{3}\pi AD\left(\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 + AB.DC - \frac{3}{2}\overline{DC}^2 - \frac{1}{2}\overline{AD}^2\right) = \frac{1}{3}\pi AD.\overline{AB}^2,$$

ou bien

$$\overline{DC}^2 + AB.DC - \frac{3}{2}\overline{DC}^2 - \frac{1}{2}\overline{AD}^2 = 0,$$

$$2.AB.CD = \overline{DC}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{AC}^2.$$

Abaissons de C une perpendiculaire CH sur AB, on aura

$$\overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HC}^2.$$

Il faut donc prouver que

$$2AB.CD = \overline{AH}^2 + \overline{HC}^2.$$

Or

$$\overline{HC}^2 = \overline{CB}^2 - \overline{HB}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{HB}^2 = \overline{HB}^2 + \overline{AH}^2 + 2HB.AH - HB^2$$
$$= \overline{AH}^2 + 2HB.AH;$$

donc

$$\overline{AH}^2 + \overline{HC}^2 = 2\overline{AH}^2 + 2HB.AH = 2AH.(AH + BH)$$
$$= 2AH.AB.$$

L'égalité à prouver devient donc

$$2AB.CD = 2AH.AB,$$

qui est évidente puisque $AH = CD$.

## *Question* 484.

Ce théorème est un corollaire du précédent.

Nous venons de démontrer que le volume engendré par le triangle mixtiligne ABC était égal au volume engendré par ABD. Retranchant de chacun de ces volumes la partie commune engendrée par le triangle mixtiligne ABM, il reste les volumes engendrés par les triangles mixtilignes MBC, ADM et qui doivent être égaux. Ajoutant à chacun de ces volumes le volume engendré par DMC, on a

$$\text{vol. AMCD} = \text{vol. BDC}.$$

C. Q. F. D.