

DE LA BRIÈRE

DE CHARODON

Solution des questions 483 et 484

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 19
(1860), p. 52-54

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__52_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

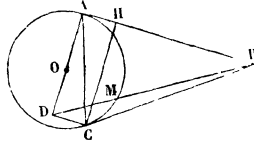
SOLUTION DES QUESTIONS 483 ET 484

(voir t. XVIII, p. 357),

PAR MM. DE LA BRIÈRE ET DE CHARODON,
Élèves de l'école des Carmes (classe de M. Gerono)

Question 483.

Le volume engendré par le triangle rectiligne ABD



tournant autour de AD est

$$\frac{1}{3} \pi \overline{AB} \cdot \overline{AD}.$$

Le volume engendré par le triangle mixtiligne ABC est égal au volume engendré par le trapèze ABCD moins le volume engendré par le segment AC.

Or, le volume engendré par le trapèze est

$$\frac{1}{3} \pi \overline{AD} (\overline{BA} + \overline{DC} + \overline{AB} \cdot \overline{DC});$$

le volume engendré par le segment est

$$\frac{1}{3} \pi \overline{AD} \left(\frac{3}{2} \overline{DC} + \frac{1}{2} \overline{AD} \right);$$

le volume engendré par le triangle mixtiligne sera donc

$$\frac{1}{3} \pi \overline{AD} \left(\overline{AB} + \overline{DC} + \overline{AB} \cdot \overline{DC} - \frac{3}{2} \overline{DC} - \frac{1}{2} \overline{AD} \right).$$

Il faut donc prouver qu'on a l'égalité

$$\frac{1}{3} \pi AD \left(\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 + AB \cdot DC - \frac{3}{2} \overline{DC}^2 - \frac{1}{2} \overline{AD}^2 \right) = \frac{1}{3} \pi AD \cdot \overline{AB}^2,$$

ou bien

$$\overline{DC}^2 + AB \cdot DC - \frac{3}{2} \overline{DC}^2 - \frac{1}{2} \overline{AD}^2 = 0,$$

$$2 \cdot AB \cdot CD = \overline{DC}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{AC}^2.$$

Abaissons de C une perpendiculaire CH sur AB, on aura

$$\overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HC}^2.$$

Il faut donc prouver que

$$2AB \cdot CD = \overline{AH}^2 + \overline{HC}^2.$$

Or

$$\begin{aligned} \overline{HC}^2 &= \overline{CB}^2 - \overline{HB}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{HB}^2 = \overline{HB}^2 + \overline{AH}^2 + 2HB \cdot AH - \overline{HB}^2 \\ &= \overline{AH}^2 + 2HB \cdot AH; \end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned} \overline{AH}^2 + \overline{HC}^2 &= 2\overline{AH}^2 + 2HB \cdot AH = 2AH \cdot (AH + BH) \\ &= 2AH \cdot AB. \end{aligned}$$

L'égalité à prouver devient donc

$$2AB \cdot CD = 2AH \cdot AB,$$

qui est évidente puisque $AH = CD$.

Question 484.

Ce théorème est un corollaire du précédent.

Nous venons de démontrer que le volume engendré par

(54)

le triangle mixtiligne ABC était égal au volume engendré par ABD. Retranchant de chacun de ces volumes la partie commune engendrée par le triangle mixtiligne ABM, il reste les volumes engendrés par les triangles mixtilignes MBC, ADM et qui doivent être égaux. Ajoutant à chacun de ces volumes le volume engendré par DMC, on a

$$\text{vol. AMCD} = \text{vol. BDC.}$$

C. Q. F. D.