

A. TISSOT

**Définitions des modes de représentation  
mentionnés dans l'extrait d'un mémoire  
sur les cartes géographiques, inséré au  
compte rendu de la séance de l'académie  
des sciences du 5 mars 1860**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 19  
(1860), p. 457-462

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1860\\_1\\_19\\_\\_457\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__457_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## DÉFINITIONS DES MODES DE REPRÉSENTATION

mentionnés dans l'extrait d'un Mémoire sur les Cartes géographiques, inséré  
au Compte rendu de la séance de l'Académie des Sciences  
du 5 mars 1860 ;

PAR M. A. TISSOT.

---

Lorsqu'on a égard uniquement à la nature des lignes du canevas, on peut classer de la manière suivante les divers systèmes de projection qui ont été employés ou seulement proposés pour la représentation de la surface entière du globe.

1°. *Le développement de Mercator* est le seul dans lequel les méridiens et les parallèles soient remplacés par des lignes droites.

Il y a six systèmes où, quand le pôle occupe le centre de la carte, les méridiens se trouvent figurés par des lignes droites partant de ce point, et faisant entre elles des angles égaux aux différences de longitude, les parallèles par des circonférences ayant toutes ce même point pour centre. Ce qui varie de l'un à l'autre de ces systèmes, dont les quatre premiers sont des perspectives, c'est la manière dont les rayons des parallèles de la carte dépendent de la latitude; voici leurs noms :

2°. *La perspective centrale* ou *projection gnomonique*;

3°. *La projection stéréographique* (voir la Note à la fin);

4°. *La projection de La Hire* ;

5°. *La projection orthographique*;

6°. *La projection de Lorgna* (\*);

7°. *La projection stéréographique équatoriale modifiée.*

Dans les deux systèmes suivants, les parallèles sont représentés par des cordes d'une même circonférence parallèles entre elles, et les méridiens par les ellipses qui divisent ces cordes en parties proportionnelles aux différences de longitude; ce sont :

8°. *La projection de l'Astronomie populaire d'Arago* ;

9°. *La projection homalographique de M. Babinet.*

Ils se distinguent l'un de l'autre par le rayon du méridien principal et par l'écartement des parallèles.

Pour les deux derniers systèmes, savoir :

10°. *La projection globulaire* ou *projection anglaise*,

11°. *La projection stéréographique méridienne modifiée,*

Toutes les lignes du canevas sont des circonférences.

Dans le premier et les quatre derniers modes de représentation, c'est un lieu de l'équateur qui se trouve au centre de la carte; pour tous les autres, il conviendrait aussi d'effectuer la projection sur un méridien: de cette manière on rejetterait les plus grandes déformations vers les bords de la carte, c'est-à-dire vers les régions qui sont occupées en grande partie par les contrées polaires ou par l'Océan; mais afin de les définir plus facilement,

---

(\*) Antonio-Maria Lorgna, né à Vérone en 1730, mort à Vérone en 1796.

nous supposerons d'abord qu'il nes'agisse pour eux que de la projection équatoriale. Nous pourrions alors ajouter que dans les onze systèmes, à l'exception du 8<sup>e</sup>, du 9<sup>e</sup> et du 10<sup>e</sup>, les deux series de lignes qui représentent les méridiens et les parallèles se coupent à angle droit.

Il reste à dire quelques mots de chaque système en particulier.

1°. *Le développement de Mercator* (\*), qui conserve les angles et donne des lignes droites pour projections des *loxodromies*, est destiné à la construction des *cartes marines* ou *cartes réduites*. L'écartement de deux méridiens y est le même que celui qu'on mesurerait sur le globe le long de l'équateur, et, quand on néglige l'aplatissement, la distance d'un parallèle à l'équateur y est égale au logarithme népérien de la cotangente de la demi-distance polaire du parallèle.

2°. *La perspective centrale* est prise du centre de la sphère, comme son nom l'indique; il est facile d'y reconnaître les différents lieux qui se trouvent sur le plus court chemin de deux points donnés du globe, puisque tout grand cercle y est représenté par une ligne droite. En appelant  $\lambda$  la distance polaire d'un parallèle et  $r$  le rayon du cercle qui lui sert de projection, on a

$$r = \text{tang. } \lambda.$$

Sur un cadran solaire, les lignes d'heures s'obtiendraient comme les méridiens, et les courbes de déclinaison comme les parallèles de la *perspective centrale*; cette remarque d'ailleurs est indépendante de la position du plan sur lequel on fait la perspective par rapport à la ligne des pôles, et de celle du mur sur lequel on trace le

---

(\*) Mercator (Gérard), né à Ruremonde en 1512, mort à Duisbourg en 1594; sa première carte est de 1569. Тн.

cadran par rapport au style, pourvu que les deux positions se correspondent; de là est venu le nom de *projection gnomonique*.

3°. En cherchant la condition qui doit être remplie pour que le canevas des droites concourantes et des circonférences concentriques n'altère pas les angles, on trouve

$$r = 2 \operatorname{tang} \frac{1}{2} \lambda;$$

on est ainsi conduit à une perspective de l'hémisphère prise du pôle opposé, c'est-à-dire à la *projection stéréographique*.

4°. *La Hire* (\*) a proposé de mettre le point de vue en dehors de la sphère, à une distance de sa surface égale au sinus de 45°, ce qui donne

$$r = \frac{(2\sqrt{2} + 1)\sin\lambda}{\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2}\cos\lambda}.$$

5°. En l'éloignant jusqu'à l'infini, on obtient la *projection orthographique*, et le rayon du parallèle devient

$$r = \sin\lambda.$$

6°. Parmi les modes de projection que comprend ce même canevas à droites concourantes et à circonférences concentriques, il en est aussi un qui conserve les surfaces: c'est celui de *Lorgna*; la condition indiquée conduit à prendre

$$r = 2 \sin \frac{1}{2} \lambda;$$

cette longueur est celle de la corde de méridien comprise entre le parallèle et le pôle.

---

(\*) Philippe de la Hire, né à Paris en 1640, mort à Paris en 1718; peintre, architecte, lecteur royal, membre de l'Académie des Sciences. Tm.

7°. Le 2<sup>e</sup> et le 3<sup>e</sup> système augmentent les distances le long des méridiens, tandis que le 5<sup>e</sup> et le 6<sup>e</sup> les diminuent; elles ne seront pas modifiées si on fait

$$r = \lambda.$$

Supposons maintenant que dans l'une des six projections précédentes on veuille placer un lieu de l'équateur au centre de la carte; alors ce qui a été dit des méridiens s'appliquera aux grands cercles passant par ce lieu, et ce qui a été dit des parallèles aux petits cercles parallèles à son horizon. Le canevas géographique ne sera plus aussi simple; au lieu des droites et des circonférences qui représentaient respectivement les méridiens et les parallèles, on aura les lignes indiquées dans le tableau suivant :

- Système n° 2. Droites parallèles. . . . Hyperboles.  
 » 3. Circonférences. . . . . Circonférences.  
 » 4. Ellipses. . . . . Ellipses.  
 » 5. Ellipses. . . . . Droites parallèles.  
 » 6. Courbes du 4<sup>e</sup> degré. . Courbes du 4<sup>e</sup> degré.  
 » 7. Courbes transcendentes. Courbes transcendentes.

8°. Dans le 8<sup>e</sup> mode de représentation, le méridien principal a pour rayon  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi$  étant le rapport de la circonférence au diamètre, et les parallèles gardent leurs distances mesurées le long d'un méridien du globe.

9°. Le suivant conserve les surfaces; le rayon du méridien principal y est égal à  $\sqrt{2}$ , et l'écartement des parallèles y est déterminé par l'équation

$$2z + \sin 2z = \pi \sin l,$$

dans laquelle  $l$  désigne la latitude du parallèle, et  $\sin z$  sa distance à l'équateur sur la carte. Cette équation se trouve

réduite en tables dans la Notice qu'a publiée M. Babinet.

10°. Supposons que l'on veuille tracer de 10 en 10° les méridiens et les parallèles de la projection globulaire; après avoir décrit un cercle avec un rayon égal à  $\frac{\pi}{2}$  pour figurer le méridien principal, et deux diamètres à angle droit pour le méridien central et l'équateur, on divisera chaque quart de la circonférence et chacun des quatre rayons en 9 parties égales; par les pôles et les points de division de l'équateur, on fera passer des circonférences, ce qui donnera les méridiens; par les points de division qui se correspondent sur le méridien principal et sur le méridien moyen, on fera passer d'autres circonférences et on aura les parallèles.

11°. Enfin le canevas du dernier système est formé par la réunion des méridiens de la projection globulaire avec les parallèles de la projection stéréographique.

*Note.* Le nom de *stéréographie* a été introduit par le jésuite Aguilon (François) (\*).

« Quare tametsi *stereographices* nomine nusquam »  
 » vocatum hoc projectionis genus reperimus; quia tamen »  
 » nec alio quidem ullo solitum est appellari, placuit hoc »  
 » nomen usurpare, quod nobis in præsentis visum est ad »  
 » rem ipsam quam maxime accommodatum. » (AGUILONII *Opticorum libri sex*. Parisiis, 1613, in-f<sup>o</sup>, in Præfatione.). (Voir CHASLES, *Méthodes*, p. 516.)

---

(\*) Né à Bruxelles en 1568, mort à Anvers en 1617. TM.