

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 19 (1860), p. 404-406

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__404_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

545. Quel est le lieu que doit décrire le centre d'une sphère, pour que la polaire réciproque d'une surface du second ordre donnée, par rapport à cette sphère, soit toujours une surface de révolution. (LAGUERRE-VERLY.)

546. Étant donnée une conique A , trouver les transformations qui la changent en une conique B , de telle sorte que les normales à la conique A restent par la

transformation normales à la conique B. Même question pour les surfaces. (LAGUERRE-VERLY.)

547. Lorsqu'une conique est circonscrite à un triangle, la somme des carrés de ses demi-axes est égale au carré de la tangente menée de son centre au cercle des *neuf points*, multiplié par le produit des distances de ce centre aux côtés du triangle et divisé par le produit des distances de ce centre aux droites qui joignent les milieux des côtés du triangle. (FAURE, capitaine.)

548. Une conique passant par trois points A, B, C touche une droite donnée; appelons α, β, γ les distances respectives de ces trois points à la droite; F étant un des foyers de la conique, on a la relation

$$\begin{aligned} & \left[\alpha (\overline{FB} - \overline{FC})^2 - \overline{BC}^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \left[\beta (\overline{FC} - \overline{FA})^2 - \overline{AC}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ & + \left[\gamma (\overline{FA} - \overline{FB})^2 - \overline{AB}^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 0. \end{aligned}$$

Observation. On a ainsi très-simplement le lieu du foyer des coniques qui passent par trois points donnés et touchent une droite donnée. Les coordonnées cartésiennes mènent à une équation du soixante-quatrième degré. (FAURE, capitaine.)

549. Le lieu des foyers des coniques inscrites dans un quadrilatère est une courbe du troisième ordre, qui passe, comme on sait, par les six sommets du quadrilatère complet; mais elle passe aussi par les *pièdes* des hauteurs du triangle déterminé par les trois diagonales du quadrilatère, et comme elle passe d'ailleurs par les deux points situés à *l'infini* sur un cercle, cette courbe doit occuper parmi les courbes du troisième ordre le même rang que le cercle dans les coniques; ainsi elle a comme le cercle un double foyer. (FAURE, capitaine.)

550. Soit

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

l'équation d'une ellipse (coordonnées rectangulaires); par un point de sa développée on peut mener trois normales à l'ellipse, dont deux ne sont pas tangentes à la développée: la corde qui réunit les pieds de ces deux normales est normale à l'ellipse qui a pour équation

$$\left(\frac{c^2 x}{ab^2}\right)^2 + \left(\frac{c^2 y}{ba^2}\right)^2 = 1.$$

(DESBOVES.)

551. Démontrer que l'équation

$$x^2 + y^2 = pz^2$$

est impossible en nombre rationnel, lorsque p est de la forme $4n + 3$ (*). (Le Père JOUBERT.)

552. On donne une conique; quel est dans le plan de cette conique le lieu d'un point tel, que les deux tangentes menées de ce point à la conique et la corde de contact forment un triangle ayant un périmètre donné? Déterminer *directement* une construction *géométrique* de la tangente en un point quelconque de ce lieu. (MANNHEIM.)

553. Étant donnée une équation algébrique n'ayant pas de racines égales, si l'on applique à cette équation le procédé Sturm, et si l'une des équations ainsi obtenue a des racines égales, l'équation donnée a nécessairement des racines imaginaires. (ROUGET, professeur.)

(*) *Mémoire sur la théorie des fonctions elliptiques et son application à la théorie des nombres.* In-4 de 35 pages; 1860. — Savant travail faisant suite aux travaux de MM. Hermite et Kronecker sur la limite du nombre de certaines classes des *déterminants*; au delà de cette limite le nombre des classes quadratiques surpasse nécessairement un nombre donné: une des questions les plus ardues de l'arithmologie et qui n'est pas encore complètement résolue.