

TH. DE CHARODON

Seconde solution de la question 485

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 19 (1860), p. 188-189

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__188_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

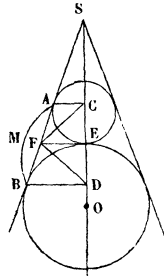
<http://www.numdam.org/>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 485

(voir page 13);

PAR M. TH. DE CHARODON.

Il s'agit de prouver que le volume engendré par l'espace AEB est égal à la moitié du volume compris entre le cône et la sphère qui passe par les cercles de contact des deux sphères inscrites O et C et du cône.



Par le point de tangence E des deux sphères, je mène une tangente EF commune aux deux cercles. D'après le théorème I (t. XVII, p. 357, question 483), le volume engendré par le triangle mixtiligne AFE tournant autour de SD est égal au volume engendré par le triangle CFE. D'après le même théorème, le volume engendré par le triangle mixtiligne EFB est égal au volume engendré par FED.

On a donc

$$\begin{aligned} \text{vol. AEB} &= \text{vol. CFE} + \text{vol. EFD} = \frac{1}{3} \pi \overline{FE}^2 (\text{CE} + \text{ED}) \\ &= \frac{1}{3} \pi \overline{FE}^2 \cdot \text{CD}. \end{aligned}$$

Le volume compris entre le cône et la sphère qui passe par les deux cercles de contact AC, BD. est égal au volume engendré par le segment AMB de cette dernière sphère; or ce volume est égal à $\frac{1}{6} \pi \overline{AB}^2 \cdot \text{CD}$.

Il s'agit donc de démontrer que

$$\frac{2}{3} \pi \overline{FE}^2 \cdot \text{CD} = \frac{1}{6} \pi \overline{AB}^2 \cdot \text{CD}$$

ou que

$$4 \overline{FE}^2 = \overline{AB}^2, \quad 2 \text{FE} = \text{AB},$$

ce qui est évident. Donc, etc.