

LENGLIER

Lieu géométrique

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 19
(1860), p. 123-125

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__123_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

LIEU GÉOMÉTRIQUE ;

PAR M. LENGNIER,
Professeur au lycée de Versailles.

On donne une ellipse ou une hyperbole dont AB est l'axe focal et F le foyer le plus voisin du point A ; par ce point A on mène une droite quelconque qui rencontre la courbe au point C, et on la prolonge d'une quantité CD telle, que $\frac{AD}{AC} = \frac{m}{n}$ ($\frac{m}{n}$ étant une quantité donnée) ; puis on tire FD et BC qui se coupent en E, et l'on demande le lieu des points E quand AD prend toutes les positions possibles autour du point A.

Nous allons résoudre la question en supposant que la courbe donnée IK soit une courbe quelconque définie ou non géométriquement. Les trois points A, F, B étant assujettis à la seule condition d'être en ligne droite, la transversale CB donne dans le triangle ADF

$$DE \times FB \times AC = FE \times AB \times CD,$$

d'où

$$\frac{DE}{EF} = \frac{AB}{FB} \times \frac{CD}{AC}.$$

$\frac{AB}{FB}$ est constant, et il en est de même de $\frac{CD}{AC}$, car

$$\frac{AD}{AC} = \frac{m}{n}$$

donne

$$\frac{CD}{AC} = \frac{m - n}{n}.$$

Donc $\frac{DE}{EF}$ est aussi constant, et il en sera de même de

$\frac{DE + EF}{EF}$ ou de $\frac{FD}{FE}$. Donc le lieu cherché est homothétique du lieu des points D par rapport au point F. Le lieu des points D est homothétique de la courbe proposée par rapport au point A. Donc le lieu cherché est aussi homothétique de cette dernière. Comme les trois centres d'homothèse doivent être en ligne droite et que de plus C et E sont des points homologues, le troisième centre est le point B. C'est ce que l'on peut voir aussi directement; car la transversale AD donne dans le triangle CDE

$$BE \times FD \times AC = CB \times FE \times AD,$$

d'où

$$\frac{BE}{BC} = \frac{FE}{FD} \times \frac{AD}{AC}.$$

Or le second membre est constant, donc le premier l'est aussi. Si le point B est à l'infini, ou si l'on mène CE parallèle à AF, le lieu cherché sera une courbe égale à la proposée, car on aura

$$\frac{EC}{AF} = \frac{CD}{AD} \times \frac{m-n}{n},$$

d'où

$$EC = \text{constante},$$

et l'on sait que si par les différents points d'une courbe on mène des droites égales et parallèles, le lieu des extrémités de ces droites sera une courbe égale à la première.

Logocyclique. Les définitions (janvier et février) sont d'une déféctuosité flagrante. F et A sont deux points fixes, AY une perpendiculaire sur FA; menons une droite quelconque par F rencontrant la perpendiculaire en T; prenant sur cette droite $TR = TR'$, les points R et R' appartiennent à la logocyclique et sont dits *reciproques*; décrivant une parabole ayant F pour foyer et A pour

sommet, on a les propriétés énoncées (p. 28). C'est la même courbe que la strophoïde de M. Montucci (t. V, p. 470).