NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

EUGÈNE DUPONT

Solution du problème V (voir Bulletin, p. 5)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 18 (1859), p. 223-224

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__223_1>

SOLUTION DU PROBLÈME V

(voir BULLETIN, p. 5),

PAR M. EUGÈNE DUPONT,
Élève du lycée Louis-le-Grand (classe de M. Bouquet).

Les quatre centres O, O′, O″, O‴ des cercles qui touchent trois côtés d'un triangle ABC étant réunis deux à deux donnent six longueurs. Démontrer que les milieux I, P, K, N, H, M de ces longueurs sont sur la circonférence circonscrite au triangle.

Lemme. Si dans un triangle ABC on mène les trois hauteurs AG, BF, CE dont les pieds sont E, F, G et qui se rencontrent en un point O, et qu'on prenne les milieux H, K, I des distances du point O à chacun des sommets, les points E, F, G, H, K, I sont sur une même circonférence avec les milieux M, N, P des côtés du triangle ABC.

C'est le *cercle des six points*.

Or, le triangle $O'O''O''$ a ses côtés respectivement perpendiculaires aux bissectrices des angles du triangle proposé ; car soit $O'O'''$ l'un de ses côtés, cette ligne est bissectrice de l'angle supplémentaire de CAB ; elle est donc perpendiculaire sur la bissectrice $O''A$ de l'angle CAB.

Alors les points M, I, P, A, K, N, C, H, B se trouvent, d'après le lemme précédent, sur une même circonférence qui, passant aux points C, A et B, est la circonférence circonscrite au triangle ABC. C. Q. F. D.