

Équations d'un cercle touchant des droites ; d'après M. Cayley

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 18 (1859), p. 222-223

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__222_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1859, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

ÉQUATIONS D'UN CERCLE TOUCHANT DES DROITES

D'APRÈS M. CAYLEY.

1°. Equations des trois droites

$$A x + B y + C = 0,$$

$$A' x + B' y + C' = 0,$$

$$A'' x + B'' y + C'' = 0.$$

Équation du cercle touchant ces trois droites

$$\left| \begin{array}{ccc} \sqrt{Ax+By+C}, & \sqrt{A'x+B'y+C'}, & \sqrt{A''x+B''y+C''} \\ \sqrt{A+Bi}, & \sqrt{A'+B'i}, & \sqrt{A''x+B''i} \\ \sqrt{A-Bi}, & \sqrt{A'-B'i}, & \sqrt{A''-B''i} \end{array} \right| = 0.$$

2°. Équations des trois droites

$$\left. \begin{array}{l} x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0, \\ x \cos \beta + y \sin \beta - q = 0, \\ x \cos \gamma + y \sin \gamma - r = 0. \end{array} \right\} \text{ axes rectang.}$$

Équation du cercle

$$\begin{aligned} & \sin \frac{1}{2}(\beta - \gamma) \sqrt{x \cos \alpha + y \sin \alpha - p} \\ & + \sin \frac{1}{2}(\gamma - \alpha) \sqrt{x \cos \beta + y \sin \beta - q} \\ & + \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \sqrt{x \cos \gamma + y \sin \gamma - r} = 0. \end{aligned}$$

Posons

$$S = \sin(\beta - \gamma) + \sin(\gamma - \alpha) + \sin(\alpha - \beta), \quad \bullet$$

on obtient pour équation du cercle, sous forme rationnelle,

$$\begin{aligned} &+ [Sx + p(\sin \beta - \sin \gamma) + q(\sin \gamma - \sin \alpha) + r(\sin \alpha - \sin \beta)]^2 \\ &+ [Sy + p(\cos \beta - \cos \gamma) + q(\cos \gamma - \cos \alpha) + r(\cos \alpha - \cos \beta)]^2 \\ &- [p \sin(\beta - \gamma) + q \sin(\gamma - \alpha) + r \sin(\alpha - \beta)]^2 = 0. \end{aligned}$$

3°. Équations de quatre droites

$$A x + B y + C = 0,$$

$$A' x + B' y + C' = 0,$$

$$A'' x + B'' y + C'' = 0,$$

$$A''' x + B''' y + C''' = 0.$$

Équation de condition pour qu'un cercle touche ces quatre droites :

$$\left| \begin{array}{l} A, \quad B, \quad C, \quad \sqrt{A^2 + B^2} \\ A', \quad B', \quad C', \quad \sqrt{A'^2 + B'^2} \\ A'', \quad B'', \quad C'', \quad \sqrt{A''^2 + B''^2} \\ A''', \quad B''', \quad C''', \quad \sqrt{A'''^2 + B'''^2} \end{array} \right| = 0.$$