NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

CHABIRAND

Seconde solution de la question 458 (Catalan)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 18 (1859), p. 147-148

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__147_1>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 458 (CATALAN)

(voir p. 66);

PAR M. CHABIRAND,
Élève de l'institution Sainte-Barbe.

Si l'on considère une hyperbole équilatère rapportée à ses asymptotes, que l'on donne successivement aux abscisses les valeurs $1, 2, 3, \ldots, n$, les ordonnées correspondantes seront $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \ldots, \frac{1}{n}$.

Or, l'aire comprise entre l'ordonnée $\frac{1}{1}$ et l'ordonnée $\frac{1}{n}$ est égale à ln. Cette aire pouvant être regardée comme la limite d'une somme de rectangles, on peut dire qu'il résulte immédiatement de là que si n croît indéfiniment, l'unité pouvant être prise aussi petite qu'on voudra, on a à la limite

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} = ln,$$

de même

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2n} = l2n.$$

Retranchant la première égalité de la deuxième,

$$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}=l2n-ln;$$

donc

$$\lim\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}\right)=l2.$$

Note. M. Rebstein, de l'École polytechnique de Zurich, ramène la série à une autre série de termes différentiels qu'il intègre successivement.