NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

L. DEWULF

Seconde solution de la question 319

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 82-83

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__82_0>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 319

(voir t. XVI, p. 385);

PAR M. L. DEWULF.

Soient

$$F(x, y, z) = 0 \tag{1}$$

l'équation de la surface,

$$x \cos\alpha + y \cos\beta + z \cos\gamma - \delta = 0 \tag{2}$$

l'équation du plan P,

$$(x - x')\frac{dF}{dx'} + (y - y')\frac{dF}{dy'} + (z - z')\frac{dF}{dz'} = 0 \tag{3}$$

l'équation du plan tangent à la surface en un point $x'y'z'$. Si ce point est dans le plan (2), l'équation de ce plan (2) pourra se mettre sous la forme

$$(x - x')\cos\alpha + (y - y')\cos\beta + (z - z')\cos\gamma = 0. \tag{4}$$

La projection de l'intersection des plans (3) et (4) sur le plan des xy aura pour équation

$$\left\{\begin{aligned} &(x - x')\left(\frac{dF}{dx'}\cos\gamma - \frac{dF}{dz'}\cos\alpha\right) \\ &+ (y - y')\left(\frac{dF}{dy'}\cos\gamma - \frac{dF}{dz'}\cos\beta\right) = 0. \end{aligned}\right. \tag{5}$$

Cette équation représente la projection de la tangente à la courbe I au point $x'y'z'$, ou aussi la tangente à la projection de la courbe I sur le plan xy en un point $x'y'$. La tangente à la courbe I' au point $x'y'$ est

$$(x - x')\frac{dF}{dx'} + (y - y')\frac{dF}{dy'} = 0. \tag{6}$$

Si les équations (5) et (6) sont identiques, la projection de I est tangente à I′ aux points où I coupe le plan de I′, et cette identité a lieu si $\frac{dF}{dz'} = 0$ pour les coordonnées de ces points.

Dans le cas particulier des surfaces du second degré, si P′ est un plan principal, les plans tangents à la surface en un point quelconque de l'intersection de la surface et de P′ sont perpendiculaires au plan P′, et par suite $\frac{dF}{dz'} = 0$.