

MARIUS LAQUIÈRE

GEORGES FENÉON

Solution de la question 393 (Catalan)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 5-6

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__5_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOUVELLES ANNALES

DE

MATHÉMATIQUES.

SOLUTION DE LA QUESTION 393 (CATALAN)

(voir t. XVI, p. 312);

PAR MM. MARIUS LAQUIÈRE ET GEORGES FENÉON,
Élèves du lycée Saint-Louis.

Je transporte les axes parallèlement à eux-mêmes à l'extrémité A de l'ordonnée y_0 . Les équations des deux courbes seront

$$y = mx + nx^2 + px^3,$$

$$y = Mx + Nx^2.$$

L'aire comprise entre l'axe des x , une ordonnée quelconque, et la courbe, sera : pour la parabole cubique

$$(1) \quad T = x^2 \left(\frac{m}{2} + \frac{nx}{3} + p \frac{x^2}{4} \right),$$

et pour la parabole du deuxième ordre

$$(2) \quad t = x^2 \left(\frac{M}{2} + \frac{Nx}{3} \right).$$

Or, les deux courbes passant par les trois points A, C, E, l'on a

$$y_1 - y_0 = \delta (m + n\delta + p\delta^2) = \delta (M + N\delta)$$

et

$$y_2 - y_1 = 2 \delta (m + 2 n \delta + 4 p \delta^2) = 2 \delta (M + 2 N \delta),$$

d'où

$$M = m - 2 p \delta^2, \quad N = n + 3 p \delta.$$

L'expression (2) devient alors

$$(3) \quad x^2 \left(\frac{m}{2} - p \delta^2 + \frac{n + 3 p \delta}{3} x \right).$$

Faisant $x = 2 \delta$, les expressions (1) et (3) des deux aires deviennent égales à

$$4 \delta^2 \left(\frac{m}{2} + \frac{2}{3} n \delta + p \delta^2 \right).$$

Ainsi les aires des deux triangles curvilignes terminés aux paraboles du deuxième et troisième ordre et à l'axe des x et à l'ordonnée y_2 sont équivalentes.

Il en résulte évidemment que les surfaces curvilignes BCA, CDEC, sont équivalentes.

Or l'on sait que la surface d'un trapèze parabolique compris entre deux ordonnées y_0 et y_2 a pour expression

$$\frac{1}{3} \delta (y_0 + y_2 + 4 y_1),$$

y_1 étant l'ordonnée également distante de y_0 et y_2 .

Elle donne donc exactement aussi l'aire comprise entre les mêmes limites pour la parabole cubique.

Il en résulte, en outre, que la formule de Thomas Simpson est rigoureusement applicable à la parabole cubique dont elle décompose l'aire en trapèzes qu'elle évalue exactement.