

MICHAEL ROBERTS

**Note sur l'équation au carré des différences
des racines d'une équation du degré n**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 440-441

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__440_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE

Sur l'équation au carré des différences des racines d'une équation
du degré n ;

PAR M. MICHAEL ROBERTS.

Posons l'équation

$$(a, b, c, d, e, \dots) (x, 1)^n = 0,$$

et désignons par s_0, s_1, s_2, \dots , les sommes des puissances zéro, première, \dots , de ses racines x_1, x_2, \dots, x_n . Maintenant soit \sum_p la somme de la puissance p des racines de l'équation au carré des différences des racines de l'équation donnée; je vais montrer que \sum_p a pour valeur l'invariant quadratique de la forme

$$(s_0, s_1, s_2, \dots, s_{2p}) (x, y)^{2p}.$$

D'abord, on a

$$\begin{aligned} \sum_p &= (n-1)s_{2p} - 2p \sum x_1^{2p-1} x_2 + \frac{2p(2p-1)}{1 \cdot 2} \sum x_1^{2p-2} x_2^2 \\ &+ (-1)^p \frac{2p(2p-1)(2p-2)\dots(p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p} \sum x_1^p x_2^p. \end{aligned}$$

Mais

$$\sum x_1^{2p-1} x_2 = s_{2p-1} s_1 - s_{2p},$$

$$\sum x_1^{2p-2} x_2^2 = s_{2p-2} s_2 - s_{2p},$$

$$\sum x_1^p x_2^p = \frac{1}{2} (s_p^2 - s_{2p});$$

(441)

en sorte que nous tirons (en se rappelant que $n = s_0$),

$$\sum_p = s_0 s_{2p} - 2p s_{2p-1} s_1 + \frac{2p \cdot (2p-1)}{1 \cdot 2} s_{2p-2} s_2 \\ + (-1)^p \frac{(2p-1)(2p-2)\dots(p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p-1)} s_p^2,$$

ce qu'il fallait démontrer.

Note.

$$(a, b, c, d, e, \dots) (x, 1)^n = ax^n + nbx^{n-1} \\ + \frac{n \cdot n-1}{2} cx^{n-2} + \frac{n \cdot n-1 \cdot 4-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3} dx^{n-3} + \dots; \\ (s_0, s_1, s_2, \dots, s_{2p}) (x, y)^{2p} \\ = s_0 x^{2p} + 2ps_1 x^{2p-1} y + \frac{2p \cdot 2p-1}{1 \cdot 2} s_2 x^{2p-2} y^2.$$