Nouvelles annales de mathématiques

Emile Patry

Théorème fondamental de la trigonométrie sphérique (voir tome VIII, page 58)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 208-209

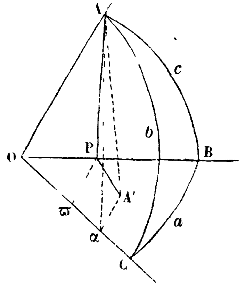
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__208_1>

THÉORÈME FONDAMENTAL DE LA TRIGONOMÉTRIE SPHÉRIQUE

(voir tome VIII, page 58),

PAR M. EMILE PATRY,
Élève de l'École Normale supérieure

Soient ABC un triangle sphérique, OA, OB, OC les rayons menés au centre. Je mène AP perpendiculaire



sur OB et je projette le triangle OAP sur OC. AA′ étant perpendiculaire sur le plan BOC, il résulte du théorème des trois perpendiculaires que la projection de AP sur OC se confond avec celle de A′ P sur la même droite; d'ailleurs A′P est perpendiculaire sur OB. On a donc

$$\text{OA}\cos(\text{OA},\ \text{OC}) - \text{PA}'\cos(\text{PA}',\text{OC}) - \text{OP}\cos(\text{OP},\ \text{OC}) = 0,$$

et si $OA = 1$,

$$\cos b - \sin c \cos B \cos (90^\circ - a) - \cos c \cos a = 0,$$

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin c \sin a \cos B.$$

On a

$$O\alpha = O\pi + \pi\alpha,$$

et cette équation subsiste, de quelque manière que les points α et π soient placés relativement à O, pourvu que l'on donne aux droites les signes convenables; ainsi la démonstration convient à tous les cas.