NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

CHANSON

Solution de la question 307

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 182-185

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__182_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 307

(voir t. XIV, p 262);

PAR M. CHANSON,
Élève du lycee de Versailles (classe de M. Vannson).

Un dé est un cube portant sur chaque face des trous nommés points. Ses faces opposées sont 1 et 6, 2 et 5, 3 et 4. Les points sont placés de manière que le centre de gravité de chaque face coïncide avec son centre de figure; le centre de gravité du dé n'est pas à son centre de figure. Trouver la distance du centre de gravité à chaque face, en supposant que chaque trou enlève une portion de volume représentée par $\frac{1}{p}$ du volume total, et $p > 21$.

Soient A le cube donné et a son côté. Le volume du dé est

$$a^3\left(1-\frac{21}{p}\right).$$

Or le moment du dé par rapport à une face quelconque, la face qui contient 6 points par exemple, est égal au moment du cube par rapport à la même face, moins la somme des moments des trous.

Si j'appelle x_6 la distance du centre de gravité cherché à la face (6), le moment du dé par rapport à cette face est

$$a^3\left(1-\frac{21}{p}\right).x;$$

le moment du cube par rapport à la même face est

$$a^3\cdot\frac{a}{2}.$$

Quant à la somme des moments des trous, je peux l'évaluer en évaluant séparément la somme des moments des trous de chaque face et ajoutant ces sommes.

Or, puisque le centre de gravité de chaque face coïncide avec son centre de figure, j'obtiendrai la somme des moments des trous d'une face quelconque, en multipliant la somme de leurs volumes par la distance à la face (6) du centre de figure de la face considérée. Ainsi donc la somme des moments des trous par rapport à la face (6) sera

$$\frac{a^3}{p}\cdot a+\frac{4.a^3}{p}\cdot\frac{a}{2}+\frac{3.a^3}{p}\cdot\frac{a}{2}+\frac{2\,a^3}{p}\cdot\frac{a}{2}+\frac{5a^3}{p}\cdot\frac{a}{2}.$$

J'ai donc l'égalité

$$a\left(\frac{p-21}{p}\right)x_6=a^4\left(\frac{p-21-4-3-2-5}{2p}\right),$$

d'où

$$x_6=\frac{a}{2(p-21)}[p-(1+2+3+4+5)-1]$$

ou

$$x_6=\frac{a}{2(p-21)}[(p-21)+6-1].$$

Je vois alors une loi se manifester et j'aurai de même. par analogie, en appelant

$$x_1,\ x_1,\ x,\ x,\ x_1$$

les distances du centre de gravité aux faces 5, 4, 3, 2, 1,

$$x_5 = \frac{a}{2(p-21)}[(p-21)+5-2],$$

$$x_4 = \frac{a}{2(p-21)}[(p-21)+4-3],$$

$$x_3 = \frac{a}{2(p-21)}[(p-21)+3-4],$$

$$x_2 = \frac{a}{2(p-21)}[(p-21)+2-5],$$

$$x_1 = \frac{a}{2(p-21)}[(p-21)+1-6].$$

On vérifie du reste immédiatement que la somme des distances à deux faces opposées, c'est-à-dire

$$x_1 + x_6 \quad \text{ou} \quad x_2 + x_5 \quad \text{ou} \quad x_3 + x_4,$$

est égale au côté du cube a.

Nous remarquerons aussi que la face la plus voisine du centre de gravité est la face (1) et que la plus éloignée est la face (6). Cette dernière est donc celle qui aura le plus de *chances* à se présenter au joueur.

Le rapport entre la distance maximum et la distance minimum est

$$\frac{x_6}{x_1} = \frac{p-16}{p-26}.$$

Il est facile de déterminer ce rapport très-approximativement pour un dé donné.

Il n'y aura qu'à mesurer le volume du dé au moyen de la balance hydrostatique, d'abord tel qu'on le donne, ensuite en bouchant les trous avec un mastic imperméable et de manière que la surface de chaque face reste bien plane. La différence entre les deux donnera la somme des volumes des trous; et divisant par 21, on aura le volume d'un trou dont le rapport au volume du cube total donnera la fraction $\frac{1}{p}$, et par suite le nombre p.

Ayant fait cette opération sur un dé dont le côté était de 15 millimètres, j'ai trouvé que p était égal à 1373.

Cela donne alors pour le rapport considéré :

$$\frac{x_6}{x_1}=\frac{1356}{1346}=\frac{678}{673}.$$
