

Solution de la question, énoncée t. XVI, p. 109

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16
(1857), p. 341-342

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__341_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION

énoncée t. XVI, p. 109

PAR UN ELÈVE DU LYCÉE DE CARCASSONNE.

Étant donné un cercle et deux perpendiculaires à l'extrémité d'un diamètre AB , mener une tangente CD telle, que le volume engendré par le trapèze ainsi formé tournant autour du diamètre AB soit égal à une sphère de rayon donné a .

Je prends pour inconnues les segments interceptés sur les deux perpendiculaires par la tangente CD . Je joins le centre O aux points C , D et au point de contact T . Le triangle COD est rectangle et donne

$$\overline{OT}^2 = \overline{CT} \cdot \overline{TD};$$

or

$$AC = CT, \quad BD = DT,$$

donc

$$R^2 = xy;$$

le trapèze $ABDC$ engendre un tronc de cône dont le volume est

$$\frac{1}{3} \pi (2R) (x^2 + y^2 + xy) = \frac{4}{3} \pi a^3.$$

La seconde équation se simplifie par la suppression des facteurs communs et l'élimination de xy . On peut alors isoler $x^2 + y^2$; puis par l'addition et la soustraction de $2xy$, on obtient

$$(x + y)^2 \quad \text{et} \quad (x - y)^2;$$

enfin

$$x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2a^3}{R} + R^2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2a^3}{R} - 3R^2},$$

$$y = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2a^3}{R} + R^2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2a^3}{R} - 3R^2}.$$

Pour que le problème soit possible, il faut que

$$\frac{2a^3}{R} \geq 3R^2;$$

le minimum de a est donc $R \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$.