Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 311-313

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__311_1>

QUESTIONS

(voir p. 184)

391. Construire le pentagone ABCDE, connaissant les côtés EA, AB, BC, les diagonales AD, BD, l'angle D et le rapport des côtés DC, DE. (Prouhet.)

392. Si l'équation

$$(1) \qquad f(x) = 0$$

est de degré *pair* et si ses racines peuvent se partager en couples donnant la même somme $2s$, l'équation

$$(2) \qquad f'(x) = 0$$

admettra la racine s et ses autres racines se partageront en couples donnant la même somme $2s$.

Si l'équation (1) est de degré *impair*, ayant une racine égale à s et toutes ses autres racines pouvant se partager en couples dont la somme égale $2s$, les racines de l'équation (2) se partageront aussi par couples donnant la même somme $2s$.

Dans le premier cas, les équations

$$f'(x) = 0, \quad f'''(x) = 0, \quad f^{v}(x) = 0, \ldots,$$

et dans le second les équations

$$f(x) = 0, \quad f''(x) = 0, \quad f^{\text{IV}}(x) = 0, \ldots,$$

auront en commun la racine s. (PROUHET.)

393. *Théorème.* Etant donnée une parabole ABCDE du troisième ordre, représentée par

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3;$$

on fait passer, par les extrémités A, C, E de trois ordonnées équidistantes y_0, y_1, y_2, la parabole du second ordre dont l'équation aurait la forme

$$y = A + Bx + Cx^2.$$

Ces deux courbes déterminent deux segments curvilignes ABCA, CDEC équivalents entre eux.

Corollaire I. L'aire comprise entre la première courbe, l'axe des abscisses et les ordonnées extrêmes y_0, y_2, est donnée par la formule

$$A = \frac{1}{3}\delta(y_0 + y_1 + 4y_1) \ (*).$$

Corollaire II. La formule de quadrature de Simpson, appliquée à la parabole du troisième ordre, est toujours *exacte*, même quand le nombre des valeurs de l'ordonnée se réduit à *trois*. (E. CATALAN.)

394. Dans une conique, le rapport *anharmonique* du faisceau de quatre diamètres est égal au rapport anharmonique de quatre diamètres respectivement conjugués. (SALMON.)

395. La polaire réciproque d'un cercle, relativement à

(*) δ est l'intervalle de deux ordonnées consécutives.

un cercle de centre O, est une conique ayant pour foyer O et pour directrice la polaire de O relativement au cercle donné, et $\frac{d}{r}$ pour rapport focal; d égale la distance des centres et r le rayon du cercle donné.