

**Principes de discussion des surfaces et
des lignes du second degré**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16
(1857), p. 294-296

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__294_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**PRINCIPES DE DISCUSSION DES SURFACES ET DES LIGNES
DU SECOND DEGRÉ.**

Surfaces.

1. *Notation.* On prend les coordonnées *quadrilatères* $\frac{x_1}{x_4}, \frac{x_2}{x_4}, \frac{x_3}{x_4}$ afin de rendre l'équation homogène.

On donne des indices à chaque coefficient, de sorte que l'indice fait connaître le terme que le coefficient affecte, par exemple $a_{pq} x_p x_q$, et l'on pose

$$a_{pq} = a_{qp}.$$

2. THÉORÈME DE JERRARD (*). *Une fonction homogène quadratique de n variables est la somme de carrés de n fonctions linéaires de ces variables.*

Théorème fondamental. (*Voir SERRET, Algèbre supérieure, note V, et Nouvelles Annales, t. XIV, p. 279.*)

3. *Formes réduites.* On déduit immédiatement de ce théorème les cas suivants; la surface représente :

- 1°. Deux plans qui se coupent ou ne se coupent pas;
- 2°. Une droite;
- 3°. Un point;
- 4°. Un ellipsoïde imaginaire.

4. *Position d'un point relativement à la surface.* Le même théorème donne la solution de ce problème *fondamental* :

(*) Auteur de *Analytical Researches, etc.*, un des deux examinateurs pour les mathématiques à l'université de Londres. Feu son frère était membre du sénat de cette université.

Étant données les coordonnées d'un point, déterminer s'il est hors de la surface ou dans l'intérieur de la surface.

L'équation indique si le point est sur la surface.

5. *Centre.* On égale à zéro les quatre dérivées de l'équation prises respectivement par rapport aux quatre coordonnées. Les valeurs de quatre de ces équations sont les coordonnées du centre.

6. *Déterminant.* Le dénominateur commun de ces quatre valeurs est désigné sous le nom de *déterminant* de la surface, parce qu'il en détermine la forme.

7. *Surface réglée.* On peut établir les relations qui doivent exister entre les coefficients pour qu'on puisse tracer des droites sur la surface.

8. *Déterminant nul. Centre à l'infini.*

1°. Paraboloïde hyperbolique, lorsque la surface est réglée;

2°. Paraboloïde elliptique, lorsque la surface n'est pas réglée.

9. *Déterminant qui n'est pas nul. Centre à distance finie de l'origine.*

Appliquons aux coordonnées du centre la solution du problème 4.

A. *Centre au dehors.*

1°. Hyperboloïde à une nappe, la surface étant réglée;

2°. Hyperboloïde à deux nappes, la surface n'étant pas réglée.

B. *Centre sur la surface.*

Un cône; et comme cas particulier un cylindre; centre multiple.

C. *Centre à l'intérieur.*

Ellipsoïde.

Lignes.

10. On prend les coordonnées *trilittères* $\frac{x_1}{x_3}, \frac{x_2}{x_3}$; le reste comme pour les surfaces.

11. Dans l'état actuel de la science, telle est la méthode à suivre quand on a pour but la *science*. Si, au contraire, on a pour but les *examens*, la méthode peut encore convenir. Il suffit de remplacer la quatrième coordonnée par l'*unité* et les coefficients à *indices* par les coefficients vulgairement employés.