

E. COMBESURE

Solution de la question 312

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 253-255

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__253_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

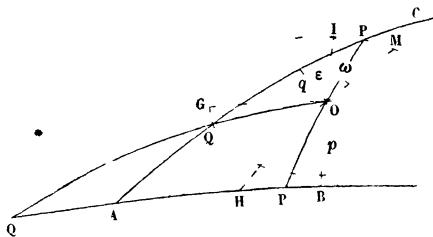
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 312

(voir tome XIV, page 305)

PAR M. E. COMBESURE,
Professeur à Montpellier

Mener par un point donné dans un angle sphérique un arc de grand cercle tel, que le rapport des sinus des deux segments soit égal à une quantité donnée.



Soient p, q , les perpendiculaires sphériques abaissées

d'un point O pris dans l'intérieur d'un angle sphérique CAB sur les côtés de cet angle. Menons dans une direction quelconque un arc de grand cercle HOM, faisant un angle ω avec le prolongement OI de p , et prenons sur cet arc un point M tel, que

$$\frac{\sin OM}{\sin OH} = \frac{\sin OI}{\sin p},$$

ou, en faisant $OM = \rho$, $OH = \delta$, $OI = \beta$,

$$\frac{\sin \rho}{\sin \delta} = \frac{\sin \beta}{\sin p},$$

β désignant un angle donné que je supposerai plus petit que p .

Le triangle HOB donnant

$$\cot \delta = \cot p \cos \omega,$$

l'élimination de δ entre cette équation et la précédente fournit, en prenant $\sin \alpha = \frac{\sin \beta}{\sin p}$,

$$\frac{1}{\sin^2 \rho} = \frac{\sin^2 \omega}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \omega}{\sin^2 \beta}$$

ou

$$\cot^2 \rho = \cot^2 \alpha \sin^2 \omega + \cot^2 \beta \cos^2 \omega,$$

équation du lieu des points M et qui appartient à une conique sphérique ayant son centre en O et pour demi-axes $OI = \beta$, $OG = \alpha$. Cette courbe coupe le côté AC en deux points P et Q qui, étant joints au point O, donneront

$$\frac{\sin OP}{\sin OP'} = \frac{\sin OQ}{\sin OQ'} = \frac{\sin \beta}{\sin p} = \sin \alpha$$

et résolvent la question.

La détermination analytique des points P et Q n'offre

aucune difficulté. Si l'on désigne, en effet, par ε l'angle de q avec le prolongement de p , le grand cercle AC a pour équation

$$\cot \rho = \cot q \cos (\omega + \varepsilon).$$

L'élimination de ρ entre cette équation et celle de la conique se fait immédiatement et conduit à une équation du second degré par rapport à $\tan \omega$ qui fait connaître les angles polaires POI, QOI, et, par suite, OP, OQ.
