

MARECHAL

Solution de la question 361

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16
(1857), p. 234-236

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__234_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

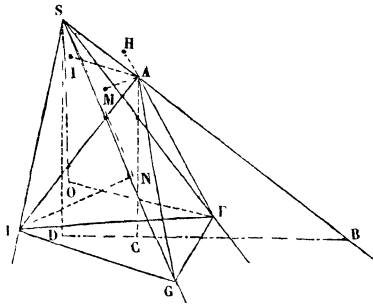
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 361

(voir t. XVI, p. 58) ;

PAR M. MARECHAL,
Élève de l'institution Lorient.

On donne un angle trièdre de sommet S et deux points fixes A et B situés sur une droite passant par le sommet S. Par le point B on mène un plan quelconque détermi-



nant un tétraèdre T, de volume V. Soit P le produit des volumes des quatre tétraèdres que l'on obtient en joignant le point A aux quatre sommets du tétraèdre T.

On a la relation

$$\frac{P}{V^3} = \text{constante.}$$

Il faut prouver que la valeur de

$$\frac{\frac{1}{3} EGF \times AC \times \frac{1}{3} SGF \times AM \times \frac{1}{3} SEG \times AI \times \frac{1}{3} SEF \times AH}{\left(\frac{1}{3}\right)^3 \overline{EGF}^3 \times \overline{SD}^3}$$

est une quantité constante.

Supprimant les facteurs communs constants, il reste à prouver que le rapport

$$\frac{AC \times SGF \times SEG \times SEF}{\overline{EGF}^2 \times \overline{SD}^3}$$

est constant.

Les deux droites SD et AC étant parallèles, le point C se trouvera sur BD. Les deux triangles semblables SDB, ACB donnent

$$\frac{AC}{SD} = \frac{AB}{SB},$$

d'où

$$AC = SD \times \frac{AB}{SB}.$$

Remplaçant dans le rapport précédent AC par sa valeur, ce rapport devient

$$\frac{SD \times \frac{AB}{SB} \times SGF \times SEF \times SEG}{\overline{EGF}^2 \times \overline{SD}^3}.$$

Supprimant le facteur commun et laissant de côté le facteur constant $\frac{AB}{SB}$, il reste à prouver que le rapport

$$\frac{SGF \times SEG \times SEF}{\overline{EGF}^2 \times \overline{SD}^2}$$

est constant.

Or,

$$EGF \times SD = SGF \times EN,$$

$$EGF \times SD = SEG \times OF.$$

Multipliant ces deux égalités membre à membre, il vient

$$\overline{EGF}^2 \times \overline{SD}^2 = SGF \times EN \times SEG \times OF.$$

Remplaçant dans le rapport précédent $\overline{EGF}^2 \times \overline{SD}^2$ par sa

valeur, il devient

$$\frac{SGF \times SEG \times SEF}{SGF \times SEG \times EN \times OF},$$

et il reste à prouver que le rapport $\frac{SEF}{EN \times OF}$ est constant.

Or,

$$SEF = \frac{1}{2} SE \times SF \times \sin ESF;$$

$$EN = ES \times \cos SEN,$$

$$OF = FS \times \cos SFO.$$

Multipliant ces deux égalités membre à membre, on trouve

$$EN \times OF = ES \times \cos SEN \times FS \times \cos SFO;$$

donc le rapport précédent devient

$$\frac{\frac{1}{2} SE \times SF \times \sin ESF}{ES \times SF \times \cos SEN \times \cos SFO}$$

ou

$$\frac{\frac{1}{2} \sin ESF}{\cos SEN \times \cos SFO}.$$

Il suffit de prouver que ce rapport est constant, ce qui est évident, car les angles ESF, SEN, SFO sont constants.

Note. MM. Clery, Saintard, de Courcel, Dorlodot, Renaud, élèves du lycée Saint-Louis, Poupelet, institution Reuss, ont donné la même démonstration.