

A. SYLVESTRE

BOYELDIEU

Seconde solution de la question 363

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16
(1857), p. 201-202

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__201_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 365 ;

PAR MM. A. SYLVESTRE ET BOYELDIEU,
Elèves de M. Catalan.

Cette question se résout très-simplement par les principes de la méthode géométrique des maxima et des minima (*Des Méthodes en géométrie*, par M. Paul Serret, chap. IV).

Soit MB la droite qui donne le périmètre minimum dans le triangle AOB. Si nous considérons deux directions $A_1 B_1$ et $A_2 B_2$ infiniment voisines, les deux triangles correspondants $A_1 O B_1$, $A_2 O B_2$ peuvent être considérés comme rigoureusement isopérimètres. Or l'enveloppe du troi-

sième côté de tous les triangles isopérimètres dont deux côtés sont fixes est une circonférence de cercle, et quand les droites $A_1 B_1$, $A_2 B_2$ tendent vers AB , cette circonférence tend à passer par le point M . Il suffit donc de faire passer par le point M une circonférence tangente aux deux côtés de l'angle et de lui mener une tangente en M . Ces deux constructions sont connues d'ailleurs.

La question peut se résoudre aussi analytiquement d'une manière très-simple en prenant pour variable l'angle $ABx = \alpha$ que fait AB avec OB prolongé. Si l'on désigne par θ l'angle donné, par a et b les coordonnées du point M , il vient

$$\cos^2 \frac{1}{2} \alpha = \frac{a}{a+b} \cos^2 \frac{1}{2} \theta.$$

Pour vérifier que cette formule résulte bien de la construction précédente, considérons le cas particulier où le point serait sur la bissectrice ; elle devient

$$\cos^2 \alpha = 1 - \cos^2 \frac{1}{2} \theta,$$

relation évidente d'après notre construction.

Note. Cette solution analytique est de M. Sylvestre

M. Virieu, régent de Saumur, a adressé une solution par le calcul différentiel, et M. Rivet, élève du lycée Saint-Louis (classe de M. Briot), une double solution géométrique et analytique bien détaillée.
