

L. BOURDELLES

Solution de la question 358 (Faure)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 140-141

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__140_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 558 (FAURE)

(voir t. XVI, p. 287.)

PAR M. L. BOURDELLES,

Élève du lycée Saint-Louis (classe de M. Briot).



1°. Soit M le point de rencontre de la sécante arbitraire $F'K$ avec une des coniques; je mène par ce point la tangente MN à cette conique: je dis que cette droite sera tangente à la parabole ayant pour foyer le point F et pour directrice la sécante $F'K$.

En effet, j'abaisse du foyer F une perpendiculaire à cette tangente. Soient K le point où elle rencontre la sécante et H le point où elle coupe la tangente; si je joins M, F , le triangle KMF est isocèle, car la droite MH , tangente à la conique au point M , est bissectrice de l'angle KMF . Il en résulte que le point H est le milieu de KF , et, par suite, que MN est tangente à la parabole considérée.

La même démonstration s'applique à toutes les coniques homofocales ; par conséquent, si l'on mène des tangentes à toutes ces courbes par les points où la sécante les rencontre, la courbe enveloppe de ces tangentes sera une parabole.

2°. Il est évident que cette parabole est tangente à l'axe $O\gamma$ des coniques qui contient les foyers imaginaires, car il est perpendiculaire sur FF' et en son milieu O .

3°. Toute tangente commune à une conique et à la parabole est vue du foyer sous un angle droit.

En effet, je considère la tangente menée par le point M ; soit N le point où elle touche la parabole. Si du point N j'abaisse une perpendiculaire NK sur la directrice, je forme un triangle NKM , rectangle en K , qui est égal au triangle MFN ; donc l'angle MFN sous lequel on voit la tangente MN du foyer F est aussi droit. C. Q. F. D.

Note. MM. E. Carénon et E. Laguières, élèves du lycée Saint-Louis (classe de M. Faurie), ont résolu la question de la même manière. M. Abel Rainbeaux donne une solution analytique. M. Rassicod, élève du lycée Saint-Louis (classe de M. Briot), ramène ingénieusement la proposition à celle-ci : Du foyer F' comme centre et du grand axe comme rayon, on décrit le cercle *directeur*, on prolonge le rayon vecteur quelconque $F'P$ jusqu'à ce qu'il rencontre le cercle directeur en Q ; par le point Q , on mène une tangente au cercle, et par le point P une tangente à l'ellipse. Le lieu d'intersection E de deux tangentes est une parabole. La connexion de ce résultat avec celui dont il s'agit est évidente. En faisant varier la droite arbitraire, le point E décrit la directrice de l'ellipse relative au foyer F .

Note. MM. Sylvestre et Boyeldieu, élèves de M. Catalan, et M. Poupelet, de l'institution Reusse, ont adressé les mêmes solutions.