

BRIOSCHI

Deux théorèmes de géométrie sur la droite et le cercle

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 15 (1856), p. 462-464

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__462_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1856, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**DEUX THÉORÈMES DE GÉOMÉTRIE SUR LA DROITE
ET LE CERCLE ;**

PAR M. BRIOSCHI,

Professeur à l'université de Pavie.

1°. Soient

$$\frac{x - a_r}{\alpha_r} = \frac{y - b_r}{\beta_r} = \frac{z - c_r}{\gamma_r}$$

les équations d'une droite l_r . Si l'on pose

$$A_r = b_r \gamma_r - c_r \beta_r,$$

$$B_r = c_r \alpha_r - a_r \gamma_r,$$

$$C_r = a_r \beta_r - b_r \alpha_r,$$

les conditions pour que quatre droites l_1, l_2, l_3, l_4 soient génératrices d'un même hyperboloïde à une nappe sont données par l'équation

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & \alpha_4 & \beta_4 & \gamma_4 \end{vmatrix} = 0,$$

c'est-à-dire par les équations qu'on obtient en égalant à zéro chacun des déterminants du quatrième ordre qu'on déduit de cette forme. On sait que cela conduit à trois seules équations indépendantes (*).

(*) Ces lettres prises quatre à quatre donnent quinze déterminants du quatrième ordre qui se réduisent à trois, savoir $A_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1$; $B_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1$; $C_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1$. T.M.

La condition analogue dans la géométrie plane est

$$\begin{vmatrix} C_1 & \alpha_1 & \beta_1 \\ C_2 & \alpha_2 & \beta_2 \\ C_3 & \alpha_3 & \beta_3 \end{vmatrix} = 0,$$

laquelle est vérifiée lorsque les trois droites l_1, l_2, l_3 passent par un même point.

2°. Trois cercles A, B, C étant donnés dans le même plan, soient :

$$l = 0$$

l'équation de la droite qui passe par les centres des cercles B, C;

$$m = 0$$

l'équation de la droite qui passe par les centres des cercles C, A ;

$$n = 0$$

l'équation de la droite qui passe par les centres des cercles A, B; et

$$\lambda = 0, \quad \mu = 0, \quad \nu = 0$$

les équations des polaires de l'origine par rapport à chacun des cercles A, B, C : l'équation

$$l\lambda + m\mu + n\nu = 0$$

représente le cercle orthotomique aux trois cercles donnés.

Observation. L'équation de ce lieu géométrique a été donnée récemment par M. Salmon (*Quarterly Journal of pure and applied mathematics*, dec. 1855) sous la

forme

$$\begin{vmatrix} \frac{dA}{dx}, & \frac{dA}{dy}, & \frac{dA}{dz} \\ \frac{dB}{dx}, & \frac{dB}{dy}, & \frac{dB}{dz} \\ \frac{dC}{dx}, & \frac{dC}{dy}, & \frac{dC}{dz} \end{vmatrix} = 0,$$

$A = 0$, $B = 0$, $C = 0$ étant les équations des cercles.

On peut assez facilement passer de l'une à l'autre forme.