A. FINOT

Solution de la question 329

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 15 (1856), p. 303-304

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__303_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 329

(voir page 230),

PAR M. A. FINOT,
Élève du collége Rollin (classe de M. Suchet).

Dans une progression géométrique de quatre termes, on donne la somme des antécédents et la somme des conséquents, trouver ces termes sans opérer d'élimination.

Soient a, b, c, d les termes, on a

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d};$$

je fais

$$a+b+c=m,\quad b+c+d=n,$$

m et n sont des nombres donnés.

1°. D'après les théorèmes connus sur les rapports égaux, nous avons

$$\frac{abc}{bcd}=\frac{a}{d}=\frac{m^3}{n^3}$$

et

$$\frac{a-d}{d}=\frac{m^3-n^3}{n^3}; \tag{1}$$

de plus

$$\frac{a}{b}=\frac{m}{n},$$

et en ajoutant les termes de $\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$,

$$\frac{a+c}{b+d}=\frac{m}{n},$$

d'où

$$\frac{a+c-b-d}{b+d}=\frac{m-n}{n};$$

d'ailleurs

$$\frac{m-n}{n}=\frac{b-c}{c},$$

nous pouvons donc ajouter au rapport précédent les termes $b-c$ et c, ce qui donnera

$$(2) \qquad \frac{a-d+c-b-c+b}{b+c+d}=\frac{a-d}{n}=\frac{m-n}{n}.$$

Divisons (1) par (2), il viendra

$$\frac{n}{d}=\frac{n\,(m^3-n^3)}{n^3\,(m-n)}=\frac{m^2+mn+n^2}{n^2},$$

d'où finalement

$$d=\frac{n^3}{m^2+mn+n^2}$$

et

$$c=\frac{mn^2}{m^2+mn+n},$$

$$b=\frac{m^2n}{m^2+mn+n^2},$$

$$a=\frac{m^3}{m^2+mn+n},$$

car, la raison

$$q=\frac{m}{n}.$$

Note du Rédacteur. M. l'abbé Sauze et M. Jean Molard, étudiant, prennent x pour premier terme, et l'on a

$$m+n=x\left(1+\frac{n}{m}+\frac{n^2}{m^2}+\frac{n^3}{m^3}+\frac{n}{m}+\frac{n^2}{m^2}\right),$$

d'où

$$x=\frac{m^3}{m^2+n^2+mn}.$$